



RIDAA
Repositorio Institucional
Digital de Acceso Abierto de la
Universidad Nacional de Quilmes



Universidad
Nacional
de Quilmes

Combi, Luciano

Sobre la inconsistencia de la interpretación de Everett de la mecánica cuántica



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Argentina.
Atribución - No Comercial - Sin Obra Derivada 2.5
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/>

Documento descargado de RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes de la Universidad Nacional de Quilmes

Cita recomendada:

Combi, L. y Romero, G. E. (2017). *Sobre la inconsistencia de la interpretación de Everett de la mecánica cuántica*. *Metatheoria*, 7(2), 47-53. Disponible en RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes <http://ridaa.unq.edu.ar/handle/20.500.11807/2491>

Puede encontrar éste y otros documentos en: <https://ridaa.unq.edu.ar>

Sobre la inconsistencia de la interpretación de Everett de la mecánica cuántica^{*}

Inconsistency within the Everett Interpretation of Quantum Mechanics

Luciano Combi[†]
Gustavo E. Romero^{‡+}

Resumen

De las muchas interpretaciones de la mecánica cuántica (MC), pocas han sido tan divulgadas como la de Everett. Esta formulación se supone realista y libre de los problemas que aquejan a la interpretación de Copenhague. En el presente trabajo, mostramos los problemas semántico-ontológicos que implican las formulaciones actuales de esta interpretación y discutimos el problema que presenta con respecto a las cantidades conservadas y las simetrías subyacentes al modelo de espacio-tiempo adoptado. Concluimos que en sus expresiones usuales, la teoría de Everett es inconsistente.

Palabras claves: mecánica cuántica - ontología - inconsistencia - Everett

Abstract

Perhaps the most exotic interpretation of quantum mechanics is the so-called Everett interpretation. It was first conceived as an overcoming proposal to Copenhagen formulation of QM, free of the problems of the latter and with a realistic approach. In this paper, we show the several semantic and ontological problems in the current formulations of this interpretation, and we discuss the critical problem of the conserved quantities and the assumptions on the space-time symmetries in the theory. We conclude that Everett interpretation and its many modern reformulations are inconsistent.

Keywords: quantum mechanics - ontology - inconsistency - Everett

^{*} Recibido: 16 de Febrero de 2016. Aceptado: 19 de Septiembre de 2016.

[†] Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, Argentina. Para contactar al autor, por favor, escribir a: combi.luciano@gmail.com.

[‡] Instituto Argentino de Radioastronomía (IAR, CONICET), C.C. No. 5, 1894 Villa Elisa, Buenos Aires, Argentina. Para contactar al autor, por favor, escribir a: romero@fcaglp.unlp.edu.ar.

⁺ Agradecemos valiosas discusiones con Federico López Armengol. GER también agradece a Santiago Pérez Bergliaffa por muchos comentarios y discusiones sobre MC a lo largo del último cuarto de siglo.

Metatheoria 7(2)(2017): 47-53. ISSN 1853-2322.

© Editorial de la Universidad Nacional de Tres de Febrero. Publicado en la República Argentina.

1. Introducción

La búsqueda de una interpretación realista que resuelva los problemas que han plagado a la Mecánica Cuántica (MC) desde sus inicios ha generado numerosas propuestas. Algunas de estas involucran la modificación del formalismo usual de la MC. Otras interpretaciones mantienen el aparato matemático y agregan, generalmente de manera implícita, ciertas reglas semánticas. Las ontologías resultantes suelen diferir radicalmente. La disputa epistemológica entre todas estas formulaciones debe resolverse principalmente por medio del análisis semántico de sus postulados, evaluando su consistencia interna y su correspondencia con los datos obtenidos de los experimentos. En MC esta cuestión se traduce en encontrar una interpretación que identifique claramente los referentes de la teoría y sea consistente con una teoría de transición de la MC hacia la mecánica clásica (MC-MC). Someramente, este problema consiste en explicar por qué se observan propiedades definidas en el mundo macroscópico a partir de una descripción basada en una teoría probabilista como la MC.

La interpretación de muchos mundos (IMM), formulada en su primera versión por Everett en 1957, propone que todos los resultados posibles de un proceso de medición cuántico son reales, generando así un multiverso. Cómo recuperar a partir de este supuesto las predicciones probabilísticas de la MC y cuál es la ontología que esto implica ha generado múltiples controversias. Una nueva generación de “everettianos”, ubicados principalmente en Oxford, ha desarrollado una reformulación de las ideas de Everett en base a los estudios en decoherencia. Mostraremos en este artículo algunas de las inconsistencias semánticas y ontológicas presentes en esta concepción de la interpretación.

2. Medición, colapsos y estados relativos

El desarrollo de la MC estuvo marcado en sus inicios por la filosofía operacionalista y positivista dominante en el ámbito científico a principios del siglo XX. La Interpretación de Copenhague (IC) asentada por Bohr alrededor de 1927 en sus *Como's lectures* y en los congresos Solvay supone que *todo aparato de medida es clásico y, por lo tanto, la mecánica cuántica debe ser descrita en términos de conceptos clásicos* (Landsman 2007). La IC, junto al postulado del colapso introducido por von Neumann, constituyen la MC ortodoxa, hegemónica aún en nuestros días.

Un problema central en la interpretación de la MC es la transición MC-MC. En la IC esta transición no es continua ni controlada: existe un estricto dualismo ontológico entre el mundo clásico y el mundo cuántico (corte de Heisenberg). Con el avance de los estudios en medición cuántica y el análisis detallado de los postulados de esta interpretación (véase Bunge 1967), se han demostrado sus inconsistencias, tanto semánticas como experimentales. Estas inconsistencias, particularmente las asociadas al colapso, motivaron a Hugh Everett III para formular la interpretación de los Estados Relativos, presentada en su tesis doctoral, dirigida por J.A. Wheeler y posteriormente en un artículo (Everett 1957). Los postulados de su teoría pueden resumirse como:

- I. Todo estado de un sistema físico está representado por un vector de estado cuántico.
- II. El vector de estado sigue en todo momento una evolución unitaria.

El postulado I se aleja de la concepción dualista de la IC y se alinea con el esquema de medición presentado por von Neumann, donde se introduce el estado cuántico representado por $|O\rangle$ del observador o aparato “O”. Incluso el universo tendría un estado representado por la función de onda (ni Everett ni sus seguidores jamás se ocuparon de explicitar la forma matemática de estas funciones de estado). El postulado II explicita que en los sistemas cuánticos no ocurre el colapso de la función de onda, i.e. la dinámica está dada siempre por la ecuación dinámica básica (de Schrodinger o Heisenberg, dependiendo de la representación). Everett argumentó que estos dos postulados bastan para reproducir los resultados experimentales obtenidos por la MC ortodoxa. Podemos ilustrar su idea básica de esta

manera: Consideremos un estado cuántico $\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$ y un aparato de medida en el estado representado por $|0_r\rangle$ preparado para medir el spin.

La evolución unitaria del sistema en el proceso de medición resultará en:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) |0_r\rangle \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle |0_{\uparrow}\rangle + |\downarrow\rangle |0_{\downarrow}\rangle) \quad (1)$$

En la MC ortodoxa, el estado cuántico “colapsa” con una probabilidad $\frac{1}{2}$ en un estado spin arriba o en un estado spin abajo. En la teoría de Everett, todos los términos del vector de estado se retienen. El sistema cuántico después de la medición está entonces en una superposición de un estado spin up relativo al observador que midió spin up y un estado spin down relativo al observador que midió spin down. No hay tal cosa como el estado absoluto de un subsistema; todos estos estados existen en algún sentido. El físico Bryce DeWitt, primero detractor y luego ferviente proponente de esta interpretación, hizo explícito el compromiso ontológico de la teoría a los “muchos mundos”. En el proceso descrito por (1), el estado final del universo describe dos observadores independientes que registran distintos resultados.

Explicar cómo aparecen las probabilidades típicas de la MC ortodoxa y el mecanismo de ramificación fueron los primeros desafíos de la interpretación. El primer acercamiento a estos problemas por parte de DeWitt, Graham y otros, resultaron infructuosos (véase Kent 1990).

3. A la caza de los muchos mundos

A diferencia de la reducción galileana de bajas velocidades en la mecánica relativista, los espacios de estados clásicos (el espacio de configuración) y cuánticos (el espacio de Hilbert) son muy diferentes. En este sentido, la emergencia del mundo clásico requiere un tratamiento más delicado que tomar ciertos límites reductivos como $N \rightarrow \infty$, donde N es el número de partículas del sistema, o $\hbar \rightarrow 0$ para la constante de Planck. Un sistema aislado aun de grandes dimensiones puede exhibir comportamiento cuántico (véase Zurek 1990). El ingrediente faltante es la decoherencia: la presencia explícita del entorno que induce al sistema a estar en ciertos estados clásicos. Con más detalle, la decoherencia es la aparición de la base preferida (BP) en un proceso tipo “de medición” (interacción con algún entorno). Al incluir al entorno $\mathbf{E}$, un sistema con muchos grados de libertad, la interacción de este con el sistema $\mathbf{S}$ cuántico hace emerger una base privilegiada en donde las interferencias cuánticas desaparecen. Superposiciones de estados típicamente macroscópicos son así difíciles de observar.

El elemento básico para computar las probabilidades la matriz densidad:

$$\rho = |\psi\rangle \langle\psi|$$

Esta matriz representa el estado cuántico de un dado sistema. Después de la interacción, cuando el sistema se acopla (se entrelaza) con $\mathbf{E}$, la matriz densidad correspondiente a $\mathbf{S}$ es aproximadamente diagonal en la BP. Esto significa que el sistema $\mathbf{S}$ tiene una probabilidad dada por la regla de Born de estar en ciertos autoestados definidos de la BP, i.e., lo que se suele denominar una mezcla estadística clásica. De esta manera, nuestro aparato de medida debe estar configurado para asegurar registros estables de la BP (también denominada base del puntero) correspondiente a la variable dinámica que pretendemos medir. Por ejemplo, en el experimento de doble rendija, la presencia del entorno (e.g., el aire de la sala) induce al *cuanto* a pasar por una u otra rendija con una cierta probabilidad, excluyendo los típicos efectos de interferencia cuántica. La inclusión de la decoherencia ha fomentado el desarrollo de nuevas ideas en la interpretación de Everett. En palabras de David Wallace:

The ‘Everett interpretation of quantum mechanics’ is just unitary quantum mechanics, taken literally as a description of the world; it is a ‘many-worlds’ theory because it instantiates multiple, emergent, branching quasi-classical realities. (Wallace 2010, p. 227)

En el modelo de medición (1) argumentamos que la evolución unitaria del sistema involucra un desdoblamiento o “*branching*” del observador. Sin embargo, existe una ambigüedad en la elección de la base en la cual se produce el *branching*. Los neo-everettianos argumentan que la decoherencia resuelve este problema, es decir, el estado cuántico se ramifica en la base preferida surgida dinámicamente de la interacción. Los mundos o ramas en la IMM no son entidades fundamentales de la teoría, como DeWitt sostenía, sino emergentes.

4. Ontología en la interpretación de Everett

La emergencia del mundo clásico según la IMM proviene de la aparición de *patrones* o ramas en el estado cuántico. Estos *patrones* son los que poseen un comportamiento cuasiclásico y dan lugar a los fenómenos que experimentamos en nuestra experiencia cotidiana. La aparición del multiverso, se argumenta, es una mera consecuencia de esto. Adoptamos la siguiente definición:

Rama: Estructura dinámica aislada emergente por decoherencia del estado cuántico y con comportamiento cuasiclásico.

El vector de estado del sistema se puede escribir naturalmente de esta manera en la BP como

$$\sum_i C_i |\psi_i\rangle$$

donde los estados ψ_i son aproximadamente ortogonales y corresponden a las diferentes ramas cuasiclásicas presentes en el estado total. La IMM atribuye existencia a cada una de ellas. La ontología subyacente es entonces la de un objeto fundamental, el estado cuántico, que se descompone por un proceso dinámico, la decoherencia, y de esto emerge el mundo clásico: esta es la solución al problema de la transición MC-MC. En este esquema, un gato no es un agregado de microobjetos como moléculas o células, sino un *patrón dinámico estable* del estado cuántico. Las propuestas semántico-ontológicas de la IMM son:

- A. El objeto básico de la ontología es el estado cuántico.
- B. Se adopta la tesis funcionalista atribuida a Dennet (1991) donde dos objetos son la misma cosa si se comportan de la misma manera: *A macro-object is a pattern, and the existence of a pattern as a real thing depends on the usefulness in particular, the explanatory power and predictive reliability of theories which admit that pattern in their ontology.*
- C. Los patrones, es decir, la forma que se descompone el estado, necesitan de la decoherencia. Para su formulación utilizamos el producto interno del espacio de Hilbert (que en MC ortodoxa es la regla de Born y permite cuantificar las propensiones por medio de probabilidades), usualmente llamado en este contexto peso de la rama. Estos pesos nos dan la probabilidad subjetiva de encontrarnos en alguna rama (véase sección 4.3).

Para clarificar todas estas nociones vagamente definidas presentes en la IMM es necesario realizar un análisis semántico de los conceptos implicados.

4.1 La reificación del estado cuántico.

La ontología es la rama de la filosofía que estudia los rasgos más generales de los existentes. Detrás de toda teoría científica hay una ontología presupuesta. La ontología subyacente a la IMM toma como objeto básico el estado cuántico o la función de onda, “*the quantum state is all there is*” (véase Wallace 2012). Esta posición denominada *wave function realism*, entre otras variantes, postula que la MC tiene como referente ontológico a la propia función de onda. Dilucidamos primero tres conceptos presentes en estas afirmaciones:

1. **Estado:** Totalidad de las propiedades de una cosa x en un dado contexto
2. **Objeto básico:** Individuo x que puede albergar propiedades.
3. **Función de onda:** Vector de un espacio de Hilbert. Un constructo matemático.

Si se adoptan estas definiciones, entonces es erróneo postular que el estado cuántico es el objeto básico o incluso el propio referente de la teoría: (1) es una propiedad de (2), mientras que (3) es un constructo que representa (1). Se ha afirmado de manera más precisa que la MC refiere a un campo complejo representado por la función de onda. Sin embargo, al ser Ψ una función, esta puede representar sólo propiedades y no entidades en sí (véase Bunge 1972). Podríamos refinar el argumento y postular que Ψ representa la intensidad de C . Si la MC es una teoría acerca de este campo complejo, entonces se deben añadir postulados semánticos que esclarezcan, i) el rol de las cantidades matemáticas como los operadores, que en la MC usual representan propiedades de microsistemas, y ii) el significado físico de esta intensidad.

La visión de la MC como una teoría sobre la función de onda nos compele a la reificación del espacio de configuración. En un sistema de N partículas, la función de onda está definida sobre un espacio euclídeo de $3N$ dimensiones. Si esta representa la intensidad de un campo real, entonces E^{3N} es un espacio físico real. Esta controversial propuesta conlleva numerosas inconsistencias: a) se supone una ontología de partículas (microsistemas) para formular la ontología básica, b) está en contradicción con la teoría cuántica de campos, donde N no es una cantidad conservada (de hecho, ni siquiera es un invariante relativista en teoría de campos sobre espacio-tiempos pseudo-Riemannianos, y c) no está claro cómo conciliar el espacio clásico E^3 con esta teoría. Algunas de estas posiciones se discuten en Albert (2013).

En este esquema, en donde solo hay función de onda y no microsistemas como electrones o moléculas, resulta imposible realizar predicciones experimentales o construir modelos de situaciones físicas concretas.

4.2 Patrones y ramificación.

Las dificultades ontológicas presentadas en 4.1 presentan importantes problemas para la formulación de una teoría realista y precisa de los muchos mundos. El concepto de emergencia adoptado en el trasfondo de la teoría para dar cuenta de estos patrones, i.e. la tesis funcionalista, afirma que la materia no es lo fundamental, sino la forma o estructura de la misma. Esto representa un impedimento para explorar los diferentes niveles ontológicos que presenta la realidad y es insostenible en la práctica científica (véase Bunge 2012).

Para definir las ramas se utiliza un producto interno, una función matemática. En la mayoría de las interpretaciones de la MC, este representa la propensión de un sistema a tomar el valor de una cierta propiedad. Sin embargo, en la IMM no existe ninguna regla semántica aplicada a este objeto matemático. Considérese, por ejemplo, que en (2) tenemos $C_a = 0.2$ en una rama y $C_b = 0.4$ en otra. Sin un significado semántico de estas cantidades es imposible distinguir objetivamente estas dos ramas.

Como se explicó en la sección 3, el proceso de decoherencia es aproximado. Las interferencias cuánticas no desaparecen por completo y las ramas están aproximadamente definidas. Los neo everettianos argumentan que un proceso de emergencia siempre es aproximado y por lo tanto la definición de un objeto macroscópico es intrínsecamente vaga. Sin embargo, la vaguedad es una propiedad del lenguaje y, en todo caso, lo aproximado se debería cuantificar. De esta manera, no tiene sentido afirmar que algo existe aproximadamente. La identificación del peso de las ramas como “medida de la existencia” (véase Vaidman 2015) carece de fundamento semántico. Sin individuos con propiedades con la capacidad para formar sistemas, el concepto de emergencia como novedad cualitativa es inconsistente.

4.3 Probabilidades

La imagen del mundo presentada por la interpretación de Everett es totalmente determinista y libre de probabilidades. El problema más urgente de la interpretación es entonces recuperar las probabilidades

típicas de la MC (Hsu 2011). Sin posibilidad real, la única noción de probabilidad presente es la subjetivista. Intentos modernos de atacar este problema abarcan, entre otras, las teorías de elección racional iniciada por Deutsch y desarrollada por Wallace. La estrategia es postular ciertos axiomas de comportamiento que un ser racional debería seguir en un multiverso y demostrar que la regla de Born es su función de utilidad para calcular la probabilidad (sus *grados de creencia*) de estar en una determinada rama. Trabajos recientes han mostrado algunas inconsistencias de esta postura (véase Adlam 2015). Al no tener un espacio de eventos (las ramas están difusamente definidas) no podemos aplicar coherentemente el cálculo de probabilidades. El estudio de una teoría fundamental como la MC no estaría completo sin apelar a la filosofía del lenguaje y al estudio de seres racionales como nosotros: esto supone el abandono del realismo.

4.4 Propiedades, simetrías y conservación

Otro problema importante que aqueja a la IMM es su reconciliación con las herramientas básicas de la MC usual y una perspectiva realista. Cómo explicitar el significado de las propiedades y su relación con las ramas emergentes de la teoría es un problema aún no resuelto. Tal como ha dicho Deutsch (1999): “es hora de que los everettianos empiecen a aplicar la interpretación a situaciones físicas concretas”. En su estado actual, una teoría bien formalizada y realista de la IMM deviene inconsistente con las simetrías del espacio-tiempo subyacente a la teoría. Tanto en MC como en mecánica clásica, la teoría se formula en un espacio tiempo euclidiano (no relativista) o minkowskiano (lorentziano o relativista). Las simetrías asociadas implican ciertas cantidades conservadas como la energía o el momento, vía el teorema de Noether. En MC estas cantidades representadas por operadores autoadjuntos son propiedades de microsistemas. En el límite hacia la mecánica clásica, estas propiedades deben respetar de alguna manera estas simetrías. La inconsistencia se puede ejemplificar con la energía. La energía es la capacidad de cambio. Todo objeto material concreto (real) posee energía. Si la formación de las ramas es un proceso dinámico, este necesita de energía. De esta manera, de un proceso finito se generarían infinitas ramas, por ejemplo, midiendo un átomo en un estado de superposición de infinitas autoenergías. Si adoptamos el materialismo, entonces esto implica la generación de infinitos individuos a partir de un proceso finito. Como se ha dicho, esta violación a las leyes de conservación es inconsistente con las simetrías supuestas por la misma teoría (véase Perez-Bergliaffa *et al.* 1993). La defensa usual de los everettianos es aducir a que la función de onda total, que puede descomponerse en ramas cuasiclásicas inaccesibles unas a otras (decoherentes) conserva la energía en el sentido puramente cuántico, esto es, se conserva el valor medio del hamiltoniano (para un análisis cuidadoso, véase Hartle *et al.* 1995). Wilczek (2013) argumenta que la energía se conserva en el multiverso everettiano si (a) las ramas *decoheren* exactamente, lo cual no es cierto, y si (b) la energía no es considerada como “una sustancia en el sentido usual” (véase sección 4.1). De esta manera, en el mismo espacio-tiempo pueden coexistir diferentes entidades (el gato muerto y el gato vivo) correspondientes a diferentes ramas sin violar cantidades conservadas. Es imposible entonces tratar situaciones físicas macroscópicas de manera realista ya que nuestras teorías estarían condicionadas a una sola rama. De esa manera, o se abandona el materialismo y el realismo o se llega a una inconsistencia con las cantidades conservadas. La ontología para superar estas dificultades, como se discutió en 4.1, también es inconsistente.

5. Conclusiones

Hemos argumentado a través de un análisis semántico que la IMM está construida sobre nociones vagas que necesitan una urgente clarificación. Su formulación actual implica que es imposible sostener en esta interpretación el realismo y el materialismo debido principalmente a 1) su inconsistencia con las simetrías del espacio tiempo, 2) la adhesión a la escuela subjetivista de la probabilidad y 3) la adopción de una ontología difusa. Existen otros problemas a discutir en esta formulación como el problema del tiempo, la localidad, y la causalidad. El problema de la transición de la MC a la mecánica

clásica es uno de los problemas más importantes y desafiantes de la física contemporánea. El camino a su resolución, en nuestra opinión, debe basarse en una teoría fuertemente formalizada, precisa, realista y libre de las ambigüedades semánticas que aquejan a la IMM.

Bibliografía

- Albert, D. (ed.) (2013), *The Wave Function: Essays on the Metaphysics of Quantum Mechanics*, Oxford: Oxford University Press.
- Adlam, E. (2015), "The Problem of Confirmation in the Everett Interpretation", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 47: 21-32.
- Bunge, M. (1967), *Foundations of Physics*, Berlín: Springer.
- Bunge, M. (1972), *Semántica I: Sentido y referencia*, Barcelona: Gedisa.
- Bunge, M. (2012), *Emergencia y convergencia*, Barcelona: Gedisa.
- Dennett, D.C. (1991), "Real Patterns", *Journal of Philosophy* 87: 27-51.
- Deutsch, D. (1999), "Quantum Theory of Probability and Decisions", *Proceedings of the Royal Society of London A* 455: 3129-3137. Disponible en <http://arxiv.org/abs/quant-ph/9906015>.
- Everett, H. (1957), "The Relative State formulation of Quantum Mechanics", *Reviews of Modern Physics* 29: 454-462.
- Hartle, J.B., Laflamme, R. y D. Marolf (1995), "Conservation Laws in Quantum Mechanics of Closed Systems", *Physics Review* 51(12): 7007-7016.
- Hsu, S. (2011), "On the Origin of Probability in Quantum Mechanics", recuperado de arXiv:1110.0549 [quant-ph].
- Kent, A. (1990), "Against the Many Worlds", *International Journal of Modern Physics A* 5: 1745-1762.
- Landsman, N.P. (2007), "Between Classical and Quantum", en Butterfield, J. y J. Earman (eds.), *Philosophy of Physics Part A*, Amsterdam: North-Holland, pp. 417-553.
- Perez-Bergliaffa, S.E., Romero, G.E. y H. Vucetich (1993), "Axiomatic Foundations of Nonrelativistic Quantum Mechanics: A Realistic Approach", *International Journal of Modern Physics* 32(9): 1507-1522.
- Vaidman, L. (2015), "Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Edición de otoño 2014), en <http://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/qm-manyworlds/>.
- Wallace, D. (2012), *The Emergent Multiverse*, Oxford: Oxford University Press.
- Wallace, D. (2010), "How to Prove the Born Rule", en Saunders, S., Barrett, J., Kent, A. y D. Wallace (eds.), *Many Worlds? Everett, Quantum Theory and Reality*, Oxford: Oxford University Press, pp. 227-263.
- Wilczek, F. (2013), "Remarks on Energy Conservation", recuperado de <http://frankwilczek.com/2013/multiverseEnergy01.pdf>
- Zurek, W.H. (ed.) (1990), *Complexity, Entropy and the Physics of Information*, Redwood: Addison-Wesley.