



Spiousas, Ignacio

# Aplicaciones de cristales sónicos a cavidades resonantes y localización de fuentes sonoras



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Argentina.  
Atribución - No Comercial - Sin Obra Derivada 2.5  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/>

Documento descargado de RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes de la Universidad Nacional de Quilmes

*Cita recomendada:*

*Spiousas, I. (2023). Aplicaciones de cristales sónicos a cavidades resonantes y localización de fuentes sonoras. (Tesis de posgrado). Bernal, Argentina: Universidad Nacional de Quilmes. Disponible en RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes <http://ridaa.unq.edu.ar/handle/20.500.11807/3948>*

Puede encontrar éste y otros documentos en: <https://ridaa.unq.edu.ar>

## **Aplicaciones de cristales sónicos a cavidades resonantes y localización de fuentes sonoras**

**TESIS DOCTORAL**

**Ignacio Spiouzas**

ispiousas@unq.edu.ar

### **Resumen**

La hipótesis que se plantea en esta tesis es que la introducción de metamateriales acústicos puede, a través de sus propiedades de transmisión y reflexión, modificar el campo sonoro de forma controlada y predecible y afectar a la percepción espacial de las fuentes de sonido. La elección de los metamateriales para la resolución de este problema responde a que los mismos presentan un comportamiento dinámico diferente del exhibido por los materiales ordinarios. Estos comportamientos incluyen focalización de sonido y efectos de filtrado altamente dependientes del espacio y la frecuencia.

A partir de la idea de controlar la acústica de un recinto utilizando cristales sónicos es que se define el primer objetivo de esta tesis: estudiar las propiedades de reflexión de los cristales sónicos y su aplicación a la acústica de cavidades, resonadores y salas. En particular, se propone utilizar un modelo simple, una cavidad rectangular dentro de un cristal sónico, para comprender el efecto de la estructura cristalina en la respuesta temporal y espectral de la cavidad.

El segundo objetivo consiste en analizar el efecto en la percepción auditiva de distancia al colocar un cristal sónico entre una fuente sonora y un oyente. Para llevar a cabo este estudio se analizan los cambios en la percepción espacial auditiva, y en las claves acústicas relacionadas con ella, al introducir un módulo de cristal sónico entre una fuente sonora y un sujeto experimental. De esta manera, buscamos comprender las posibilidades y limitaciones de utilizar esta alternativa para controlar la localización de una fuente sonora utilizando sólo medios acústicos.



DOCTORADO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE QUILMES

*Mención en Ciencias Básicas y Aplicadas*

## Tesis de doctorado

presentada por

Ignacio SPIOUSAS

para obtener el grado de

Doctor de la Universidad Nacional de Quilmes

---

APLICACIONES DE CRISTALES SÓNICOS A CAVIDADES  
RESONANTES Y LOCALIZACIÓN DE FUENTES SONORAS

---

Bajo la dirección de

Manuel C. Eguía

Laboratorio de Acústica y Percepción Sonora (LAPSo)

Departamento de Ciencias Sociales

Jurados:

Dr. Gabriel MINDLIN    Profesor en la Universidad de Buenos Aires  
Ing. Gustavo J. BASSO    Profesor en la Universidad Nacional de la Plata  
Ing. Oscar A. RAMOS    Profesor en la Universidad Tecnológica Nacional



*A Sonia y Avelino,  
mis padres.*



---

---

## Índice general

---

Agradecimientos . . . . .	ix
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Hipótesis de trabajo . . . . .	5
1.2. Objetivos de la tesis . . . . .	6
1.3. Organización de la tesis . . . . .	7
<b>I Marco teórico</b>	<b>9</b>
<b>2. Estructura de bandas de los cristales sónicos</b>	<b>11</b>
2.1. Definición de una red . . . . .	11
2.2. Método de expansión en ondas planas . . . . .	14
2.3. Bandas prohibidas . . . . .	25
2.4. Refracción negativa y focalización . . . . .	27
<b>3. Scattering de ondas acústicas</b>	<b>35</b>
3.1. scattering de un cilindro . . . . .	35
3.1.1. Campos incidentes . . . . .	37
3.1.2. Condiciones de borde . . . . .	40
3.2. Scattering de dos cilindros . . . . .	48
3.3. Scattering de $n$ cilindros . . . . .	53
3.4. Método de scattering múltiple para líneas infinitas de cilindros . . . . .	56
<b>4. Localización de fuentes sonoras</b>	<b>67</b>
4.1. Percepción angular . . . . .	68

4.1.1. Plano horizontal . . . . .	68
4.1.2. Plano vertical . . . . .	75
4.2. Percepción auditiva de distancia . . . . .	78
4.3. Resumen de los principales indicios . . . . .	84
<b>II Resultados</b>	<b>85</b>
<b>5. Estudio teórico de una cavidad dentro de un cristal sónico</b>	<b>87</b>
5.1. Método híbrido . . . . .	88
5.1.1. Método de trazado de rayos . . . . .	89
5.1.2. Matrices de reflexión . . . . .	90
5.1.3. Obtención de la respuesta impulso energética . . . . .	91
5.2. Resultados . . . . .	92
5.2.1. Red cuadrada . . . . .	92
5.2.2. Red hexagonal . . . . .	97
5.2.3. Red hexagonal perturbada . . . . .	100
5.3. Reflexión total . . . . .	100
5.4. Resonancias de la cavidad . . . . .	104
5.5. Conclusiones . . . . .	106
<b>6. Caracterización experimental de una cavidad dentro de un cristal sónico</b>	<b>109</b>
6.1. Materiales y métodos . . . . .	109
6.1.1. La muestra . . . . .	110
6.1.2. Fuente cilíndrica . . . . .	111
6.1.3. Equipamiento . . . . .	113
6.1.4. Estímulos . . . . .	114
6.2. Resultados . . . . .	115
6.2.1. Ganancia de intensidad . . . . .	116
6.2.2. Tiempos de decaimiento . . . . .	118
6.3. Comparación con los resultados del método híbrido . . . . .	120
6.4. Diferencias con una cavidad resonante . . . . .	123
6.5. Conclusiones . . . . .	124

---

<b>7. Percepción de distancia</b>	<b>125</b>
7.1. Materiales y métodos	126
7.1.1. Sala	126
7.1.2. Cristal sónico	126
7.2. Caracterización acústica del efecto del CS	127
7.2.1. Grabación de las muestras	128
7.2.2. Cálculo de los parámetros acústicos	128
7.2.3. Resultados para la fila central	136
7.3. Experimentos psicoacústicos	137
7.3.1. Sujetos experimentales	137
7.3.2. Estímulos	138
7.3.3. Procedimiento experimental	140
7.3.4. Resultados	140
7.3.5. Correlación con las medidas acústicas	144
7.3.6. Modelo lineal generalizado	145
7.4. Conclusiones	148
<b>III Conclusiones</b>	<b>151</b>
<b>IV Apéndices</b>	<b>157</b>
<b>A. Modelo de sonoridad binaural</b>	<b>159</b>
<b>B. Aleatorización de fase con STFT</b>	<b>165</b>
<b>C. Publicaciones</b>	<b>171</b>
C.1. Publicaciones	171
C.2. Presentaciones a congresos	171
C.3. Colaboraciones	172
C.4. Actividades de divulgación	172

<b>Índice de figuras</b>	<b>173</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>177</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>179</b>

---

---

## Agradecimientos

---

Primero y principal, me gustaría expresar mi más sincera gratitud a **Manuel Eguía**, mi director de tesis. **Manuel** confió en mi desde el primer momento y allí comenzamos un camino de cinco años de trabajo intenso del cual esta tesis es el resultado. Es para mi un orgullo haber participado en el despegue de un proyecto tan ambicioso y especial como es el LAPSo.

Quisiera también extender mi gratitud a mis compañeros del LAPSo: **Ramiro Vergara**, **Esteban Calcagno**, **Pablo Etchemendy**, **Pablo Riera**, **Ezequiel Abregú** y **Hernán Kerlleñevich**, con quienes pusimos en marcha el proyecto del laboratorio. Estoy seguro que recordaré estos cinco años que compartimos con mucho cariño y nostalgia. De cada uno de ellos he aprendido algo y espero que ellos hayan aprendido algo de mi.

A los miembros del programa **Teatro Acústico** y de la **carrera de Composición con Medio Electroacústicos** por haberme permitido desarrollar mi proyecto de doctorado en un contexto tan interesante y heterogéneo. Y a la **Universidad Nacional de Quilmes**, por haberme invitado a formar parte, como como estudiante de doctorando y docente, de su gente. Realmente me he sentido como en casa durante estos cinco años.

Me gustaría también mencionar a **Daniel Torrent**, **Victor García Chocano** y **José Sánchez Dehesa** de la Universidad Politécnica de Valencia quienes me recibieron en su laboratorio con los brazos abiertos y me brindaron su ayuda desinteresada en todo momento.

A **Ramiro Vergara**, **Esteban Calcagno**, **Pablo Etchemendy** y **Manuel Eguía** por su ayuda corrigiendo partes del manuscrito de esta tesis.

Un agradecimiento muy especial para **Nina**, con quien decidimos unir nuestros caminos a pesar de las inconveniencias allá por el año 2011. Gracias por haber compartido los momentos malos y buenos de este proceso conmigo.

También quisiera agradecer a mis padres, **Sonia** y **Avelino**, por haberme apoyado siempre a lo largo de mis treinta años y sin los que nada de esto hubiera sido posible. A mis hermanas,

**Cecilia, Georgina y Mariana**, mi sobrina **Agustina** y su padre **Pablo**, por haberme bancado. Y a mis tios **Tiki y Cristina y Graciela**, y mis primos **Lucía y Gaspar** por el esfuerzo que hicieron para hacerme sentir como en casa cuando me mudé a Buenos Aires.

A mis amigos de de Mar del Plata les debo el haberme ayudado a convertirme en quien soy hoy. Amigos que me enseñaron a pensar diferente, siempre con una opinión inteligente o una idea interesante que compartir. Y a mis amigos de Buenos Aires quienes, generosamente, me hicieron un lugar y me permitieron formar parte de sus vidas.

Fianlmente, me gustaría agradecer muy especialmente a la **educación pública** y el **CONICET** sin los cuales no podría tener el mejor y más interesante trabajo del mundo.

---

---

## Lista de abreviaturas

---

- AED** Densidad de energía angular (del inglés *remaining energy density*)
- BG** BAnda prohibida (del inglés *band gap*)
- CS** Cristal sónico
- D/R** Relación directo reberverante
- DAP** Diferencia apenas perceptible
- EDIR** Respuesta impulso energética direccional (del inglés *energetic directional impulse response*)
- FFT** Transformada de Fourier rápida (del inglés *fast Fourier transform*)
- GI** Ganancia de intensidad
- HRTF** Función de transferencia de la cabeza (del inglés *head related transfer function*)
- IB** Intensidad binaural
- IFFT** Transformada de Fourier inversa rápida (del inglés *inverse fast Fourier transform*)
- ILD** Diferencia interaural de nivel sonoro (del inglés *interaural level difference*)
- IPD** Diferencia interaural de fase (del inglés *interaural phase difference*)
- ITD** Diferencia interaural de tiempo (del inglés *interaural time difference*)
- LEF** Fracción de energía lateral (del inglés *lateral energy fraction*)
- MAA** Mínimo ángulo audible

**MST** Teoría de multi *scattering* (del inglés *multiple scattering theory*)

**PAD** Percepción auditiva de distancia

**PWE** Método de expansión por ondas planas (del inglés *plane wave expansion*)

**RED** Densidad de energía remanente (del inglés *remanent energy density*)

**RI** Respuesta impulso

**RIB** Respuesta impulso binaural

**SB** Sonoridad binaural

**STFT** Transformada de Fourier de tiempo corto (del inglés *short time Fourier transform*)

**TD** Tiempo de decaimiento

# - Capítulo 1 -

---

---

## Introducción

---

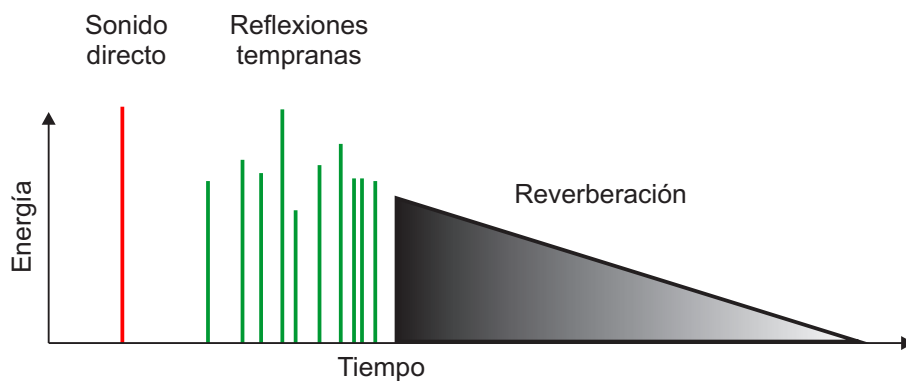
El camino que recorre un sonido emitido por una fuente sonora hasta llegar a un oyente se desarrolla en un espacio físico determinado. Este entorno en el que un sonido es escuchado, se define como espacio acústico y determina características del sonido, generando sensaciones en el oyente. Por ejemplo, no resulta la misma experiencia auditiva el escuchar una orquesta en una sala de conciertos que escucharla en una iglesia, o no es lo mismo escuchar a un violinista tocando frente o detrás de nosotros. Las sensaciones evocadas por estos sonidos resultan diferentes porque el espacio acústico en el que se desarrolla el sonido es diferente.

El control del espacio acústico es un tema que interesa a científicos e ingenieros por sus aplicaciones tanto a salas para música como, más recientemente, a ambientes en general[74, 111]. El espacio acústico puede ser modificado ya sea a través del ambiente donde un sonido se reproduce como manipulando la localización o el movimiento de las fuentes sonoras. Esto quiere decir que, cambiando las propiedades acústicas del recinto o la posición de las fuentes sonoras, la sensación espacial en el oyente se modifica.

Para analizar el efecto del ambiente en el espacio acústico, es necesario utilizar las herramientas de la acústica de salas. La acústica de salas es la rama de la acústica encargada de estudiar cómo se comporta el sonido en recintos cerrados[74], esto incluye tanto su comportamiento temporal como espectral. Entre las características temporales de un recinto se destaca la reverberancia, que es una medida de cuánto tarda en extinguirse un sonido dentro del mismo luego de que su fuente sonora se apaga[111]. En cuanto a sus características espectrales, podemos hacer una diferenciación entre las frecuencias bajas, medias y altas (en relación al tamaño de la sala). Para bajas frecuencias, la respuesta espectral del recinto se encuentra determinada

por las resonancias del mismo, que dependen tanto de la geometría como de la absorción de las paredes, mientras que para frecuencias medias y altas la respuesta está dada por la geometría y la dependencia de la absorción con la frecuencia.

Para caracterizar una sala, el procedimiento estándar es obtener la respuesta impulso (RI) de la misma. La RI es la 'huella digital' de la acústica del recinto y contiene tanto información temporal como espectral. Ésta es la respuesta (para un par parlante-micrófono) de la sala luego de ser excitada por un sonido impulsivo. En la figura 6.8 puede verse una representación esquemática del decaimiento energético de una respuesta impulso para una sala. En la misma se pueden identificar tres partes: la parte del sonido que arriba al oyente sin ser reflejada en las paredes, conocida como sonido directo(rojo); las primeras reflexiones que todavía resultan distinguibles, conocidas como reflexiones tempranas (verde); y por último la región donde la densidad de reflexiones aumenta notablemente, que se denomina de forma general como reverberación (gris),



**Figura 1.1:** *Respuesta impulso típica para una sala. En la misma se distinguen tres partes: el sonido directo (rojo), las reflexiones tempranas (verde), y la reverberación (gris).*

A partir de la RI pueden extraerse una gran cantidad de parámetros acústicos objetivos, que son los tradicionalmente utilizados para caracterizar acústicamente un recinto. El tiempo de reverberancia ( $RT_{60}$ ) es el parámetro más utilizado y se define como el tiempo que tarda un sonido en disminuir su intensidad 60 dB[111]. Existen también otros parámetros como la claridad (C), que sirve como medida de cuánta energía llega en un primer intervalo de tiempo corto, o la ganancia (G), que indica el incremento en la intensidad de sonido dentro del recinto relativo a una medida estimada de la intensidad del sonido directo. Recientemente se han comenzado a utilizar también parámetros binaurales, es decir, que tienen en cuenta que el sonido arriba

---

a ambos oídos. Ejemplo de estos parámetros son la correlación cruzada interaural (IACC<sup>1</sup>), que es una medida de cuán correlacionadas llegan las señales a ambos oídos de un oyente, y la fracción de energía lateral (LEF<sup>2</sup>)[111], que indica el cociente entre la energía que proviene de la dirección frontal y la que proviene de la dirección lateral.

Por otra parte resulta de interés que, en un contexto musical, los compositores frecuentemente utilizan al ambiente para generar un efecto sonoro espacial en sus obras. Este efecto puede lograrse tanto de forma natural, es decir, aprovechando la reverberación del recinto de ejecución, como utilizando reverberaciones añadidas artificialmente. Si se sigue la primera opción, una obra musical puede ser compuesta y luego ejecutada en un recinto con determinadas características espaciales, o bien puede componerse teniendo en cuenta el espacio acústico elegido para la presentación desde el momento de la creación[58]. Una alternativa más moderna de control de la reverberación natural son las salas con acústica variable, es decir, con características acústicas que pueden manipularse permitiendo que la misma se adapte a los requisitos del compositor o los ejecutantes. Existen escasos antecedentes de este tipo de salas (un ejemplo es el Espace de Projection del IRCAM[103]) y en todos los casos se trata de una variación del nivel de reverberancia basado en cambios de las propiedades de absorción del recinto. Por otro lado, la reverberación añadida artificialmente facilita un control más versátil de la sensación espacial ya que permite cambiar dinámicamente la reverberación del sonido y generar diferentes sensaciones de inmersión sin necesidad de cambiar el recinto real. Este tipo de reverberación fue propuesta en la década del 60 y puede dividirse en tres categorías: redes de retardo, algoritmos basados en convolución, y, más recientemente, modelado físico de recintos[139]. En todos estos casos la señal original se procesa digitalmente, añadiendo así la reverberación artificial, para luego debe ser reproducida a través de parlantes o auriculares.

Como se dijo al comienzo, otra de las posibilidades que ofrece el control del espacio acústico es la de manipular la localización de las fuentes sonoras. Dentro de los atributos de localización de una fuente sonora existe una clara distinción entre la localización angular (tanto en el plano horizontal como en el vertical) y la localización en distancia[13]. Asociados a estos atributos subjetivos se encuentra todo un conjunto de indicios (o claves) acústicos, muchos de los cuales son monoaurales o binaurales, es decir, se obtienen a partir del análisis de las señales que arriban al canal auditivo del oyente en uno o ambos oídos respectivamente, incluyendo los efectos de

---

<sup>1</sup>Del inglés *interaural cross correlation*

<sup>2</sup>Del inglés *lateral energy fraction*.

difracción y sombra acústica de la cabeza y torso.

Los indicios involucrados en la localización angular de fuentes sonoras han sido estudiados en profundidad y pueden ser tanto monoaurales como binaurales. Los indicios monoaurales son particularmente relevantes para la localización en el plano vertical y se basan en los cambios espectrales generados por el filtrado de la cabeza, el torso y el pabellón auricular (también conocido como pinna) dependiendo del ángulo de incidencia del sonido. Los indicios binaurales se basan en las diferencias de intensidad, fase y espectro entre las señales de los dos oídos y son utilizados por el sistema auditivo para la localización en el plano horizontal.

La localización en distancia, en cambio, recibió menos atención en la literatura, quizás debido a la cantidad y complejidad de los indicios involucrados. Las claves más estudiadas que participan en la percepción auditiva de distancia son: la intensidad binaural (una medida objetiva de intensidad sonora que combina las señales de ambos oídos[96]); la atenuación diferencial de las frecuencias (debido a la absorción del aire), el efecto de proximidad (en distancias menores a un metro se produce un aumento relativo de las frecuencias bajas)y, en recintos cerrados y no absorbentes, la relación de intensidades entre el sonido directo y el reverberante [158].

El control de la localización de fuentes sonoras también es un efecto espacial tenido en cuenta por compositores desde hace siglos[40], aunque al comienzo se vio siempre limitado a la posibilidad de ubicar intérpretes en distintas posiciones del recinto de ejecución. Fue recién en la segunda mitad del siglo XX que se desarrollaron técnicas que permitieron un control de la localización de fuentes sonoras utilizando sistemas de parlantes. Algunas de ellas se basan en el panorámico de intensidades como por ejemplo el estéreo, la cuadrafonía o, de forma más general, el panorámico de amplitud basado en vectores (VBAP<sup>3</sup>)[107], mientras que otras, surgidas hacia finales del siglo XX, presentan un enfoque basado en la síntesis del campo sonoro, como Ambisonics[52, 33] o síntesis del campo sonoro (WFS<sup>4</sup>)[12]. Existen también técnicas que utilizan grabaciones o síntesis binaurales[68], como la reproducción transaural[31] y binaural, que utilizan parlantes y auriculares para reproducir los sonidos, respectivamente.

---

<sup>3</sup>Del inglés *Vector Based Amplitude Panning*.

<sup>4</sup>Del inglés *Wave Field Synthesis*.

## § 1.1 HIPÓTESIS DE TRABAJO

Ya sea introduciendo reverberaciones artificiales o utilizando técnicas de reproducción multicanal de mayor o menor complejidad, la tendencia de algunos compositores que se preocupan por utilizar el espacio físico como un elemento estructural en sus composiciones es controlar el espacio acústico y las características espaciales de una fuente sonora utilizando procesamiento digital de señales y arreglos de parlantes. Partiendo de esta afirmación, y motivada por la interacción con miembros del Programa de Investigación ‘Teatro Acústico’<sup>5</sup>, es que surge la pregunta que define la línea de trabajo en la que se desarrolla esta tesis: *¿Puede controlarse el espacio acústico y la localización de fuentes sonoras sin recurrir a la electrónica?*

La hipótesis que se plantea en esta tesis es que la introducción de metamateriales acústicos puede, a través de sus propiedades de transmisión y reflexión, modificar el campo sonoro de forma controlada y predecible y afectar a la percepción espacial de las fuentes de sonido. La elección de los metamateriales para la resolución de este problema responde a que los mismos presentan un comportamiento dinámico diferente del exhibido por los materiales ordinarios. Estos comportamientos incluyen focalización de sonido y efectos de filtrado altamente dependientes del espacio y la frecuencia.

Un metamaterial es un material cuyas propiedades dependen de la estructura macroscópica y no de la composición química[36]. Esto permite variar su régimen de comportamiento modificando la configuración geométrica del mismo. En general se habla de metamateriales cuando se constituyen por una estructura periódica o cuasi-periódica. Los primeros metamateriales fueron desarrollados en el campo del electromagnetismo[106] a partir del desarrollo de los primeros materiales dieléctricos artificiales para microondas luego de la segunda guerra mundial[37]. Pero el comienzo de una nueva etapa en el estudio de los metamateriales llegó con la publicación de un artículo de Veselago en 1967[141]. Este artículo describe la posibilidad de obtener materiales con permitividad y permeabilidad negativas (y con ellos refracción negativa) y sentó las bases de la investigación moderna en metamateriales.

Entre las propiedades más singulares se encuentran la posibilidad de crear metamateriales con refracción negativa[141] y ‘mantos de invisibilidad’ para ondas[38]. También se han conseguido aplicaciones de metamateriales para mejorar la performance de antenas[161], crear

---

<sup>5</sup>Dirigido por el compositor Oscar Edelstein y conformado por científicos, músicos y compositores de la Universidad Nacional de Quilmes.

superlentes[101] y realizar control activo de luz lenta para dispositivos en telecomunicación y computación óptica[136].

Por su parte, el estudio de los metamateriales acústicos se ha desarrollado rápidamente durante los últimos años, dando lugar a más de doscientas publicaciones, la mayor parte de investigación básica y muchas de ellas motivadas por desarrollos previos del área de estudio de los cristales fotónicos[150] y otros metamateriales electromagnéticos. Los ejemplos más estudiados de metamateriales acústicos son los cristales sónicos[114], resonadores de anillo o ‘doble C’[41] y multicapas perforadas[39].

Los cristales sónicos bidimensionales son una de las formas más simples de obtener un metamaterial acústico. Un cristal sónico está compuesto por una red de cilindros rígidos en aire y presenta grandes variaciones en sus propiedades acústicas con solo variar su configuración geométrica[115]. Los cristales sónicos han sido ampliamente estudiados debido a sus singulares propiedades de transmisión y reflexión. Estas propiedades varían con la frecuencia y van desde bandas prohibidas acústicas[114] hasta refracción negativa[46], refracción doble negativa[79] y focalización del sonido[57].

Cuando un cristal sónico se posiciona frente y alrededor de una fuente sonora se evidencia un efecto de filtrado espectral, dando lugar a resonancias angostas en frecuencia. No obstante, el efecto de los cambios en el campo sonoro debido a una porción de CS en la percepción espacial de una fuente sonora (tanto en ángulo como en distancia) no ha sido estudiado aún. Por otra parte, con la excepción de los trabajos desarrollados por el grupo de José Sánchez-Dehesa que propuso CS de gran escala para absorber el sonido generado en las autopistas urbanas[113], casi todos los trabajos se han centrado en CS cuyas bandas de frecuencia prohibida se encuentran cercana (o en) la región de ultrasonido.

## § 1.2 OBJETIVOS DE LA TESIS

A partir de la idea de controlar la acústica de un recinto utilizando cristales sónicos es que se define el primer objetivo de esta tesis: estudiar las propiedades de reflexión de los cristales sónicos y su aplicación a la acústica de cavidades, resonadores y salas. En particular, se propone utilizar un modelo simple, una cavidad rectangular dentro de un cristal sónico, para comprender el efecto de la estructura cristalina en la respuesta temporal y espectral de la cavidad.

El segundo objetivo consiste en analizar el efecto en la percepción auditiva de distancia al

colocar un cristal sónico entre una fuente sonora y un oyente. Para llevar a cabo este estudio se analizan los cambios en la percepción espacial auditiva, y en las claves acústicas relacionadas con ella, al introducir un módulo de cristal sónico entre una fuente sonora y un sujeto experimental. De esta manera, buscamos comprender las posibilidades y limitaciones de utilizar esta alternativa para controlar la localización de una fuente sonora utilizando sólo medios acústicos.

## § 1.3 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

La presente tesis está compuesta de dos partes, la primera contiene el marco teórico de los temas que se desarrollarán a lo largo de la misma y en la segunda se reportan los resultados obtenidos. La primera parte comienza con el desarrollo del método de expansión en ondas planas (PWE<sup>6</sup>) para obtener la estructura de bandas acústica de un cristal sónico. A partir de la misma se analizan dos comportamientos típicos de los cristales sónicos, las bandas prohibidas y las bandas de refracción negativa. En el siguiente capítulo, se presenta el problema del *scattering* de ondas sonoras y la solución utilizando el método de *scattering* múltiple (MST<sup>7</sup>) con una implementación para el caso de cristales sónicos formados por filas infinitas de cilindros. Finalmente, la primera parte concluye con una revisión de los principales aspectos en el estudio de la localización espacial de fuentes sonoras. La segunda parte comienza con los resultados obtenidos en el análisis teórico de una cavidad dentro de un cristal sónico, donde se presenta un método híbrido que permite calcular la respuesta impulso energética direccional de la misma. En el capítulo siguiente se propone un montaje experimental para verificar los resultados obtenidos en el análisis teórico de la cavidad y se exponen los resultados del mismo. Luego, se reporta un estudio acerca del efecto en la percepción auditiva de distancia de colocar un cristal sónico entre una fuente sonora y un oyente. La tesis finaliza con un capítulo de conclusiones generales y trabajo a futuro.

---

<sup>6</sup>Del inglés *Plane Wave Expansion*.

<sup>7</sup>Del inglés *Multiple Scattering Theory*.



# Parte

---

## MARCO TEÓRICO



## - Capítulo 2 -

---

### Estructura de bandas de los cristales sónicos

---

La estructura de bandas de los cristales sónicos es una representación de la relación entre la longitud de onda y la frecuencia temporal de las ondas que pueden propagarse dentro de la estructura cristalina. A partir de la estructura de bandas se pueden predecir distintos regímenes de comportamientos de los cristales sónicos como la presencia de bandas prohibidas[85] o de bandas de refracción negativa[80, 45, 131]. El método que utilizaremos para obtener el diagrama de bandas es la expansión con ondas planas<sup>1</sup>[61].

En el presente capítulo comenzaremos definiendo una red cristalina y su red recíproca en el espacio de frecuencias. Con estas definiciones desarrollaremos el método de expansión con ondas planas para obtener el diagrama de bandas acústico de un cristal sónico (CS). Finalmente, analizaremos dos comportamientos característicos de las ondas propagándose dentro de un cristal sónico: las bandas prohibidas y las bandas de refracción negativa.

#### § 2.1 DEFINICIÓN DE UNA RED

Una red es un arreglo periódico de puntos en el espacio y, para el caso bidimensional (que es el que alcanza la presente tesis), puede ser definida por una red de Bravais de la siguiente forma:

$$\mathbf{R} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 \text{ con } n_i \in \mathbb{Z}, \quad (2.1)$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son enteros arbitrarios y  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  son los vectores primitivos de la red directa que definen la periodicidad traslacional de la misma. De esta manera, una red bidimensional

---

<sup>1</sup>En Inglés PWE de *Plane Wave Expansion*.

es el conjunto de todos los puntos del espacio bidimensional que pueden definirse utilizando un vector  $\mathbf{R}$  dado para los distintos valores de  $n_i$ . A partir de la misma, se puede construir una estructura cristalina bidimensional añadiendo inclusiones a la red definida respetando la periodicidad de la misma. Estas inclusiones pueden ser átomos, moléculas o, como en nuestro caso, dispersores del campo acústico.

La red definida por  $\mathbf{R}$  también se conoce como red directa (en oposición a la red recíproca que será presentada más adelante) y el paralelepípedo definido por los vectores translacionales  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  se denomina celda unidad. Cuando los vectores translacionales definen la mínima celda unidad, estos se denominan vectores primitivos y la celda unidad, celda unidad primitiva. La celda unidad primitiva se considera el bloque fundamental de la estructura cristalina descrita por la red  $\mathbf{R}$ .

A lo largo de esta tesis utilizaremos principalmente dos tipos de redes bidimensionales: cuadradas y hexagonales (o triangulares). A continuación obtendremos los vectores  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  para estas dos redes de forma general.

En el caso de la red cuadrada, los vectores translacionales son perpendiculares y están definidos por:

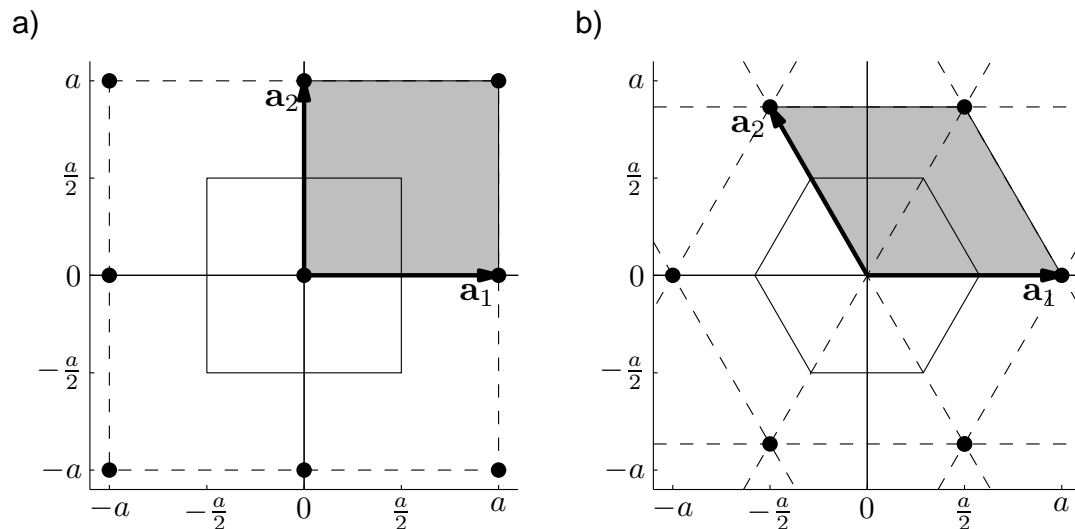
$$\mathbf{a}_1^{sq} = a\mathbf{x} \quad \mathbf{a}_2^{sq} = a\mathbf{y}, \quad (2.2)$$

siendo  $a$  el parámetro de red tal cual se ve en la figura 2.1.

En la red hexagonal, en cambio, los vectores dejan de ser paralelos a los ejes coordenados y toman los siguientes valores:

$$\mathbf{a}_1^{hex} = a\mathbf{x} \quad \mathbf{a}_2^{hex} = a \left( -\frac{1}{2}\mathbf{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{y} \right). \quad (2.3)$$

En la figura 2.1 se muestran los vectores primitivos de las redes bidimensionales cuadrada y hexagonal, así como los puntos de la red, que aparecen en la figura como círculos negros. El paralelogramo grisado formado por los vectores  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  de ambas redes representa a la celda unidad primitiva mientras que con línea llena se delimita la celda primitiva de Wigner-Seitz asociada al punto central de la figura. La celda primitiva de Wigner-Seitz alrededor de un punto de la red se define como la región del espacio que se encuentra más cerca de ese punto que de ningún otro[5]. Los límites de esta celda son segmentos perpendiculares a los vectores translacionales e intersectan a los mismos en su punto medio.



**Figura 2.1:** Representación esquemática de los vectores traslacionales de la red directa para el caso de a) una red cuadrada y b) una red hexagonal, ambas bidimensionales. El paralelogramo grisado formado por los vectores  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  de ambas redes representa a la celda unidad. Los puntos de la red aparecen como círculos negros y alrededor de los puntos centrales se puede ver, en línea llena, la celda primitiva de Wigner-Seitz correspondiente a dicho punto.

Ahora consideremos una onda plana  $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  dentro de una red representada por un conjunto de puntos  $\mathbf{R}$ . Dentro de todos los posibles vectores de onda  $\mathbf{k}$  existe un conjunto de ellos ( $\mathbf{G}$ ) que tiene la periodicidad de la red. Este conjunto se denomina red recíproca. Analíticamente,  $\mathbf{G}$  pertenece a la red recíproca de la red directa  $\mathbf{R}$  si se cumple la relación:

$$e^{i\mathbf{G}\cdot(\mathbf{r}+\mathbf{R})} = e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.4)$$

para todo  $\mathbf{r}$  y para todos los puntos de la red  $\mathbf{R}$ . Esto significa que para todos los puntos de la red debe cumplirse:

$$e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{R}} = 1. \quad (2.5)$$

La red recíproca cumple un rol fundamental en el estudio de estructuras periódicas y es la base del desarrollo del método de expansión de ondas planas, ya que nos permitirá expresar una onda plana con vector de onda  $\mathbf{k}$  en parámetros de la periodicidad de la red. La misma se define para el caso tridimensional de la siguiente forma:

$$\mathbf{G} = m_1\mathbf{b}_1 + m_2\mathbf{b}_2, \quad \text{con } m_i \in \mathbb{Z}, \quad (2.6)$$

donde  $m_1$  y  $m_2$  son enteros arbitrarios y  $\mathbf{b}_1$  y  $\mathbf{b}_2$  son los vectores traslacionales, en este caso, de la red recíproca. Estos vectores se definen a partir de la red directa y la condición 2.5 de la siguiente forma[5]:

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{(\mathbf{x} \times \mathbf{y} - \mathbf{y} \times \mathbf{x})\mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y} - \mathbf{y} \times \mathbf{x})\mathbf{a}_2} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{(\mathbf{y} \times \mathbf{x} - \mathbf{x} \times \mathbf{y})\mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_2 \cdot (\mathbf{y} \times \mathbf{x} - \mathbf{x} \times \mathbf{y})\mathbf{a}_1}, \quad (2.8)$$

Por ejemplo, aplicando este desarrollo a la red cuadrada y hexagonal definidas previamente, se obtienen los vectores de la red recíproca  $\mathbf{G}$  en función del parámetro de red  $a$ . Para la red cuadrada son:

$$\mathbf{b}_1^{sq} = b_{sq}\mathbf{x} \quad \mathbf{b}_2^{sq} = b_{sq}\mathbf{y}, \quad (2.9)$$

y para la red hexagonal:

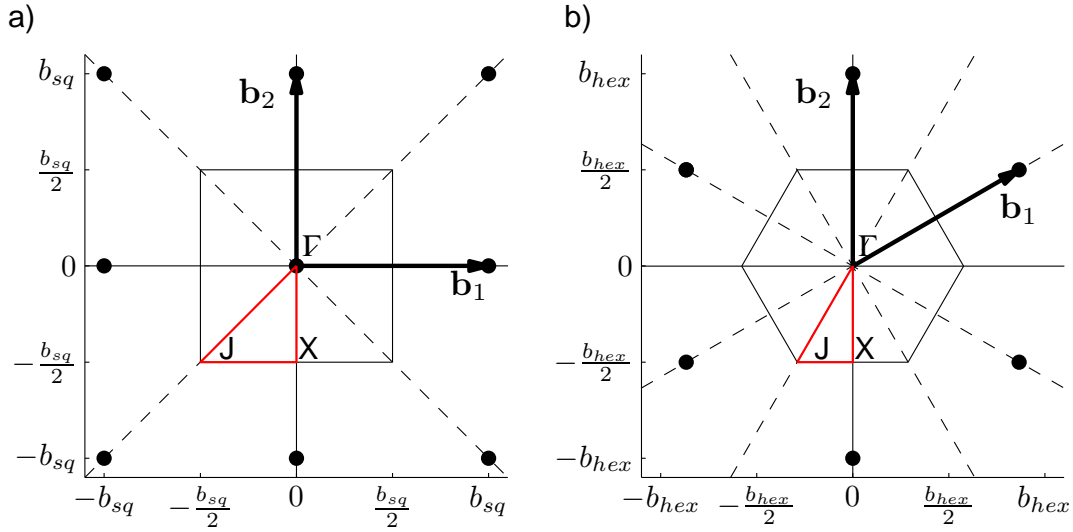
$$\mathbf{b}_1^{hex} = b_{hex} \left( \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{x} + \frac{1}{2}\mathbf{y} \right) \quad \mathbf{b}_2^{hex} = b_{hex}\mathbf{y}, \quad (2.10)$$

donde  $b_{sq} = 2\pi/a$  y  $b_{hex} = 4\pi/a\sqrt{3}$ . En la figura 2.2 se muestran los vectores traslacionales de la red recíproca  $\mathbf{b}_1$  y  $\mathbf{b}_2$  para la red cuadrada y hexagonal.

En el caso de la red recíproca, la celda primitiva de Wigner-Seitz se conoce como la primera zona de Brioullin. La misma aparece representada en la figura 2.2 como un cuadrado y un hexágono para la red cuadrada y hexagonal, respectivamente. Al igual que para la red directa, la celda primitiva de Wigner-Seitz de la red recíproca (primera zona de Brioullin) se encuentra delimitada por segmentos perpendiculares a los vectores traslacionales ( $\mathbf{b}_1$  y  $\mathbf{b}_2$  en este caso) que intersectan a éstos últimos en su punto medio.

## § 2.2 MÉTODO DE EXPANSIÓN EN ONDAS PLANAS

El método de expansión por ondas planas (PWE) es el método estándar que se utiliza para obtener las propiedades de dispersión de las ondas en sólidos [72, 35]. Estas propiedades definen la relación entre las frecuencias temporales y los vectores de onda  $\mathbf{k}$  que pueden propagarse dentro de la estructura cristalina, es decir, su estructura de bandas. El método de



**Figura 2.2:** Representación esquemática de los vectores translacionales de la red recíproca para el caso a) de una red cuadrada y b) de una red hexagonal. La primera zona de Brillouin (celda de Wigner-Seitz) aparece como un cuadrado y un hexágono para la red cuadrada y hexagonal, respectivamente. Estas zonas tienen como lados a segmentos perpendiculares a los vectores  $\mathbf{b}_1$  y  $\mathbf{b}_2$  y que intersectan a éstos últimos en su punto medio. En rojo puede verse la zona irreductible de Brillouin y su contorno  $\Gamma$ -X-J- $\Gamma$ .

PWE ha sido ampliamente utilizado para determinar la estructura de bandas electrónica en cristales[152], y luego su aplicación se extendió a los cristales fotónicos[112, 126], fonónicos[35, 121, 25, 122] y sónicos[92].

Para el desarrollo del método PWE asumiremos que tanto la matriz como las inclusiones del cristal están compuestas de medios isótropos, sin pérdidas y no dispersivos. Esto resulta suficiente para los resultados de la presente tesis ya que en los cálculos que se realizarán la matriz será aire y las inclusiones cilindros rígidos.

Comenzaremos recordando la ecuación de propagación para la presión en ausencia de fuerzas externas:

$$\nabla \left( \frac{1}{\rho} \nabla P \right) = \frac{1}{K} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

$$\nabla \left( \frac{1}{\rho} \nabla P \right) - \frac{1}{K} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (2.12)$$

donde  $P = P(\mathbf{r}, t)$  es la presión, como función de la posición y el tiempo,  $\rho = \rho(\mathbf{r})$  la densidad y  $K = K(\mathbf{r})$  el módulo de compresibilidad del material, ambos en función de la posición.

La base del método PWE consiste en expresar el campo de presiones y los parámetros del medio como una expansión en ondas planas que respetan la periodicidad de la red de acuerdo con el teorema de Bloch[5, 67]. Este teorema permite aprovechar la periodicidad de la red para reducir las infinitas funciones de onda posibles dentro de una estructura cristalina, permitiendo expresar una función de onda cualquiera ( $\phi_{j,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ ) como una parte ondulatoria y una parte que posee la periodicidad de la red:

$$\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}u(\mathbf{r}), \quad (2.13)$$

donde  $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$  es una onda plana y  $u(\mathbf{r})$  es una función que posee la periodicidad de la estructura cristalina ( $u(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = u(\mathbf{r})$ ). En la ecuación 2.13  $\mathbf{k}$  el vector de onda confinado a la primera zona de Brioullin. Como  $u(\mathbf{r})$  es una función periódica, podemos expandirla como una serie de Fourier:

$$u(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} c_{\mathbf{G}} e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}, \quad (2.14)$$

donde  $\mathbf{G}$  son los vectores primitivos de la red recíproca. De esta forma, las funciones de onda pueden ser reescrita como una combinación lineal de ondas planas:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{G}} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}. \quad (2.15)$$

Como se anticipó, tanto el campo como los parámetros del medio pueden ser expresados como una como una expansión en ondas planas de acuerdo a la expresión 2.15 y utilizando los vectores  $\mathbf{G}$  de la red recíproca tal como se definieron en 2.1.

Primero, expresamos el campo de presiones como una expansión de ondas planas:

$$P(\mathbf{r}) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \sum_{\mathbf{G}} \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.16)$$

$$= \sum_{\mathbf{G}} \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}) e^{i[(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}-\omega t]}, \quad (2.17)$$

donde  $\mathbf{k}$  es el vector de onda,  $\omega$  la frecuencia temporal de la onda plana y  $\phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}$  una función con la periodicidad de la red recíproca. Luego, para los parámetros del medio:

$$\frac{1}{\rho}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \sigma(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{K}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \eta(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}, \quad (2.19)$$

donde  $\sigma(\mathbf{G})e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}$  y  $\eta(\mathbf{G})e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}$  son también funciones con la periodicidad de la red.

A continuación, estas expresiones deben reemplazarse en la ecuación de onda para resolver el problema de autovalores y obtener así la relación de dispersión de la estructura cristalina.

Comenzaremos introduciendo las expansiones de Bloch en el gradiente de presiones de la ecuación 2.12:

$$\nabla P(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{G}} (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}) e^{i[(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}-\omega t]} \quad (2.20)$$

$$= \left[ \sum_{\mathbf{G}} (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (2.21)$$

Luego, al premultiplicar el gradiente por  $\frac{1}{\rho}$  debemos desarrollar el producto de las sumatorias como dos sumatorias, una sobre  $\mathbf{G}'$  y la otra sobre  $\mathbf{G}''$ :

$$\frac{1}{\rho}(\mathbf{r}) \nabla P(\mathbf{r}, t) = \left[ \sum_{\mathbf{G}''} \sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G}'') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{G}'\cdot\mathbf{r}} e^{i\mathbf{G}''\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \quad (2.22)$$

$$= \left[ \sum_{\mathbf{G}''} \sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G}'') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i(\mathbf{G}'+\mathbf{G}'')\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (2.23)$$

Finalmente, al evaluar el gradiente de  $\frac{1}{\rho}(\mathbf{r}) \nabla P(\mathbf{r}, t)$  el termino resulta:

$$\nabla \left[ \frac{1}{\rho}(\mathbf{r}) \nabla P(\mathbf{r}, t) \right] = \left[ \sum_{\mathbf{G}''} \sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G}'') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i(\mathbf{G}'+\mathbf{G}'')\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}, \quad (2.24)$$

donde reemplazamos  $\mathbf{G} = \mathbf{G}' + \mathbf{G}''$ ,

$$\nabla \left[ \frac{1}{\rho}(\mathbf{r}) \nabla P(\mathbf{r}, t) \right] = \left[ \sum_{\mathbf{G}-\mathbf{G}'} \sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G}-\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G})\phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (2.25)$$

Como la sumatoria sobre  $\mathbf{G}-\mathbf{G}'$  es infinita, la misma puede reescribirse como:

$$\nabla \left[ \frac{1}{\rho}(\mathbf{r}) \nabla P(\mathbf{r}, t) \right] = \left[ \sum_{\mathbf{G}} \sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G}-\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G})\phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (2.26)$$

Reemplazando y desarrollando la derivada temporal del segundo término de la ecuación 2.11 obtenemos:

$$\frac{\partial^2 P(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \left[ \sum_{\mathbf{G}} \omega^2 \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (2.27)$$

Al premultiplicarlo esta expresión por  $\frac{1}{K}$  se obtiene, de manera análoga al caso anterior, una doble sumatoria:

$$\frac{1}{K(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 P(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \left[ \sum_{\mathbf{G}''} \sum_{\mathbf{G}'} \eta(\mathbf{G}'') \omega^2 \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{G}''\cdot\mathbf{r}} e^{i\mathbf{G}'\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}, \quad (2.28)$$

donde puede reemplazarse  $\mathbf{G} = \mathbf{G}' + \mathbf{G}''$  nuevamente,

$$\frac{1}{K(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 P(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \left[ \sum_{\mathbf{G}} \sum_{\mathbf{G}'} \eta(\mathbf{G}-\mathbf{G}') \omega^2 \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (2.29)$$

Combinando las ecuaciones 2.26 y 2.29 de acuerdo a la ecuación 2.11 se obtiene:

$$\left[ \sum_{\mathbf{G}} \sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G}-\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G})\phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} - \eta(\mathbf{G}-\mathbf{G}') \omega^2 \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \right] e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} = 0. \quad (2.30)$$

Como estamos interesados en el problema de autovalores (ausencia de fuerzas externas) sólo conservamos:

$$\sum_{\mathbf{G}} \left[ \sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G}-\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G}')(\mathbf{k}+\mathbf{G})\phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') - \eta(\mathbf{G}-\mathbf{G}') \omega^2 \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') \right] e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} = 0. \quad (2.31)$$

Al tratarse de una suma de exponenciales en  $\mathbf{G}$ , los términos son ortogonales. Esto significa que cada término tomado individualmente debe ser cero, por lo tanto, el sistema de ecuaciones puede reducirse a:

$$\sum_{\mathbf{G}'} \sigma(\mathbf{G} - \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G})\phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') - \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}')\omega^2\phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') = 0 \quad (2.32)$$

$$\sum_{\mathbf{G}'} [\sigma(\mathbf{G} - \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G}) - \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}')\omega^2] \phi(\mathbf{k}, \mathbf{G}') = 0. \quad (2.33)$$

Ahora debe resolverse el problema de autovalores, es decir, encontrar una solución no trivial del sistema de ecuaciones. Para esto debe cumplirse que:

$$\det [\Gamma_{\mathbf{G}\mathbf{G}'}(\mathbf{k})] = 0 \quad (2.34)$$

$$\det \sum_{\mathbf{G}'} [\sigma(\mathbf{G} - \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G}) - \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}')\omega^2] = 0. \quad (2.35)$$

Una vez obtenida la ecuación canónica 2.35 debemos calcular los valores de  $\sigma$  y  $\eta$  para poder resolverla. El desarrollo de estos parámetros depende de la geometría de las inclusiones que forman la estructura cristalina que, en nuestro caso, limitaremos a la configuración de dispersores cilíndricos dispuestos en una red por ser la única configuración que se analizará lo largo de la presente tesis. Además, debido a la periodicidad del espacio recíproco,  $\sigma$  y  $\eta$  sólo necesitan ser calculados para la primera zona de Brioullin.

Comenzaremos desarrollando  $\sigma(\mathbf{G})$ . En este caso, los coeficientes de un desarrollo de ondas planas (Fourier) pueden obtenerse de forma general integrando sobre la red directa de la siguiente forma:

$$\sigma(\mathbf{G}) = \frac{1}{A} \int_A \rho^{-1}(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (2.36)$$

donde la integral se evalúa sobre la celda Wigner-Seitz de área  $A$  y  $\rho$  es la función densidad que toma dos valores:  $\rho_{cil}$  dentro del dispersor cilíndrico y  $\rho_b$ <sup>2</sup> en la matriz (aire). Separamos entonces la integral en dos, una dentro del cilindro y la otra fuera de él. Dentro del cilindro la integral puede escribirse en coordenadas polares como:

---

<sup>2</sup>Del inglés *background*.

$$\sigma_{cil}(\mathbf{G}) = \frac{1}{A} \int_0^R \rho_{cil}^{-1} r dr \int_0^{2\pi} e^{-iGr \cos(\theta)} d\theta, \quad (2.37)$$

donde  $G$  es el módulo del vector recíproco y  $R$  es el radio del cilindro. La integral angular puede expandirse utilizando la relación de Euler como

$$\int_0^{2\pi} e^{-iGr \cos(\theta)} d\theta = \int_0^{2\pi} \cos(Gr \cos(\theta)) d\theta - i \int_0^{2\pi} \text{sen}(Gr \cos(\theta)) d\theta. \quad (2.38)$$

La integral del término imaginario es nula por ser el *seno* una función impar y la del término real puede ser reemplazada por el doble de la integral de  $[0, \pi]$  por ser el *coseno* una función par. Luego, la integral angular se reduce a

$$\int_0^{2\pi} e^{-iGr \cos(\theta)} d\theta = 2 \int_0^{\pi} \cos(Gr \cos(\theta)) d\theta, \quad (2.39)$$

que es la expresión angular de la función de Bessel de orden cero. De esta forma, la parte angular de la integral resulta:

$$\int_0^{2\pi} e^{-iGr \cos(\theta)} d\theta = 2\pi J_0(Gr), \quad (2.40)$$

y la integral sobre el cilindro se reduce a:

$$\sigma(\mathbf{G}) = \frac{2\pi}{A\rho_{cil}} \int_0^R J_0(Gr) r dr. \quad (2.41)$$

Sustituyendo  $Z = Gr$  y  $dZ = Gdr$  se obtiene:

$$\sigma(\mathbf{G}) = \frac{2\pi}{A\rho_{cil}} \frac{1}{G^2} \int_0^G R J_0(Z) Z dZ, \quad (2.42)$$

donde la integral sobre  $Z$  es la definición integral de la función de Bessel de primer orden. Finalmente, el valor de  $\sigma$  en función de  $\mathbf{G}$  dentro del cilindro resulta:

$$\sigma(\mathbf{G}) = \frac{2\pi}{AG^2\rho_{cil}} GR J_1(GR). \quad (2.43)$$

La contribución fuera del cilindro puede escribirse como la integral sobre toda la celda unidad menos la integral sobre el cilindro reemplazando  $\rho_{cil}$  por  $\rho_b$ , es decir, como si toda la celda unidad tuviera la densidad  $\rho_b$ .

La integral sobre toda la celda unidad es nula debido a la periodicidad de la red. Por este motivo, la integral fuera del cilindro es equivalente a la integral dentro del mismo pero sustituyendo  $\rho_{cil}$  por  $\rho_b$ :

$$\sigma(\mathbf{G}) = \frac{2\pi}{AG^2\rho_{cil}}GRJ_1(GR) - \frac{2\pi}{AG^2\rho_b}GRJ_1(GR) \quad (2.44)$$

$$\sigma(\mathbf{G}) = \left( \frac{1}{\rho_{cil}} - \frac{1}{\rho_b} \right) \frac{2\pi R^2}{A} \frac{J_1(GR)}{GR}, \quad (2.45)$$

donde el termino  $\frac{2\pi R^2}{A}$  es el área de un cilindro dividido la superficie de la celda. Este cociente se llama factor de llenado  $f$  y se define como el área<sup>3</sup> ocupada por los dispersores en una celda unidad, dividido el área total de la celda. Entonces, la función  $\sigma(\mathbf{G})$  puede reescribirse como:

$$\sigma(\mathbf{G}) = \left( \frac{1}{\rho_{cil}} - \frac{1}{\rho_b} \right) f \frac{J_1(GR)}{GR}, \quad (2.46)$$

quedando definida para todos los valores de  $\mathbf{G}$  como salvo para  $\mathbf{G} = 0$ . Para salvar esta discontinuidad resolveremos la integral de la ecuación 2.37 para el caso de  $\mathbf{G} = 0$ . La misma se reduce a:

$$\sigma(\mathbf{0}) = \int_A \frac{1}{\rho} dA, \quad (2.47)$$

que dentro del cilindro es:

$$\sigma_{cil}(\mathbf{0}) = \frac{1}{\rho_{cil}} \frac{\pi R^2}{A}, \quad (2.48)$$

y fuera del cilindro:

$$\sigma_{cil}(\mathbf{0}) = \frac{1}{\rho_b} \frac{A - \pi R^2}{A}. \quad (2.49)$$

Entonces, el  $\sigma(\mathbf{0})$  queda definido simplemente por:

$$\sigma(\mathbf{0}) = \left( \frac{1}{\rho_{cil}} - \frac{1}{\rho_b} \right) f + \frac{1}{\rho_b}. \quad (2.50)$$

Completando de esta manera la definición de  $\sigma(\mathbf{G})$  para todo el dominio de la celda unidad.

---

<sup>3</sup>El volumen en el caso tridimensional.

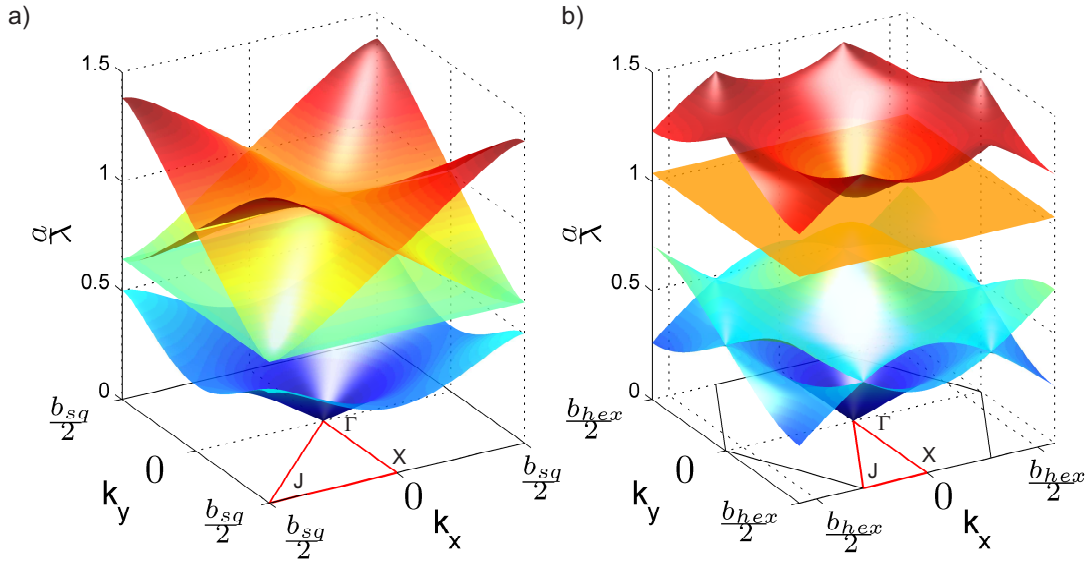
Operando de la misma forma (pero con  $\frac{1}{K}$  en lugar de  $\frac{1}{\rho}$ ) se obtiene el factor  $\eta(\mathbf{G})$ :

$$\eta(\mathbf{G}) = \left( \frac{1}{K_{cil}} - \frac{1}{K_b} \right) f \frac{J_1(GR)}{GR} \quad (2.51)$$

$$\eta(\mathbf{0}) = \left( \frac{1}{K_{cil}} - \frac{1}{K_b} \right) f + \frac{1}{K_b} \quad (2.52)$$

A partir la ecuación secular 2.35 y las ecuaciones 2.44, 2.50, 2.51 y 2.52 se obtiene la estructura de bandas para una determinada estructura cristalina. Los parámetros de entrada del método son la geometría de la red  $\mathbf{R}$  y el radio de los cilindros utilizados como inclusiones.

La estructura de bandas nos dice cuál la relación entre las frecuencias temporales  $\omega^4$  y los vectores de onda  $\mathbf{k}$  para ondas planas propagándose dentro de la estructura cristalina.



**Figura 2.3:** *Primeras cuatro bandas para una red a) cuadrada y b) hexagonal, ambas con  $R = 1$  y  $a = 2,5$ . En la parte inferior puede verse la primera zona de brioullin en el espacio  $k_x$ - $k_y$  y el contorno de la zona irreductible de Brioullin con su camino  $\Gamma$ - $X$ - $J$ - $\Gamma$ . Los colores de las bandas no tiene significado físico y fueron agregados con el fin de clarificar la figura.*

La periodicidad de la red recíproca, nos asegura también la periodicidad de la estructura de bandas. Esto significa que, representando sólo una parte de la estructura de bandas estaremos representandola para la totalidad de la red. Una forma de condensar los resultados es utilizando únicamente la primera zona de Brioullin, aunque existe una forma aún más reducida, la zona

<sup>4</sup>Expresada en las gráficas de forma normalizada con el parámetro de red  $\frac{a}{\lambda}$ .

irreductible de Brioullin. La zona irreductible de Brioullin se muestra en la figura 2.2 representada por un área de contorno rojo  $\Gamma$ -X-J- $\Gamma$ . Como puede verse, la zona irreductible aprovecha la simetría propia de la primera zona de Brioullin.

Resulta interesante notar que, debido a la periodicidad de la red recíproca, los  $\mathbf{k}$  para una dirección dada y de módulo mayor al tamaño de la primera zona de Brioullin en esa dirección son equivalentes a vectores de onda en la primera zona de Brioullin. Esto se conoce como ‘doblado de bandas’<sup>5</sup> y es el motivo por el cual para cada vector  $\mathbf{k}$  existen infinitos valores de  $\omega$  que satisfacen el sistema de ecuaciones planteado. Cada uno de estos valores pertenece a una ‘banda’. En la figura 2.3 se muestran las primeras cuatro bandas para una red cuadrada y hexagonal (ambas con radiode los cilindros  $R = 1$  y parámetro de red  $a = 2,5$ ) para todos los vectores de onda  $\mathbf{k}$  pertenecientes a la primera zona de Brioullin.

Una forma de representar qué frecuencia  $\omega$  corresponde a una onda de vector  $\mathbf{k}$  dentro del cristal de forma bidimensional son las curvas de equifrecuencia. Las curvas de equifrecuencia representan todos los posibles vectores de onda  $\mathbf{k}$  para una frecuencia angular  $\omega$ , es decir, la curva que se inscribe en un plano para una  $\omega$  fija en la figura 2.3. En la figura 2.4 pueden verse las curvas de equifrecuencia para las dos primeras bandas (curvas de nivel de la banda para la primer zona de Brioullin) de la red cuadrada en b) y c) y hexagonal en e) y f).

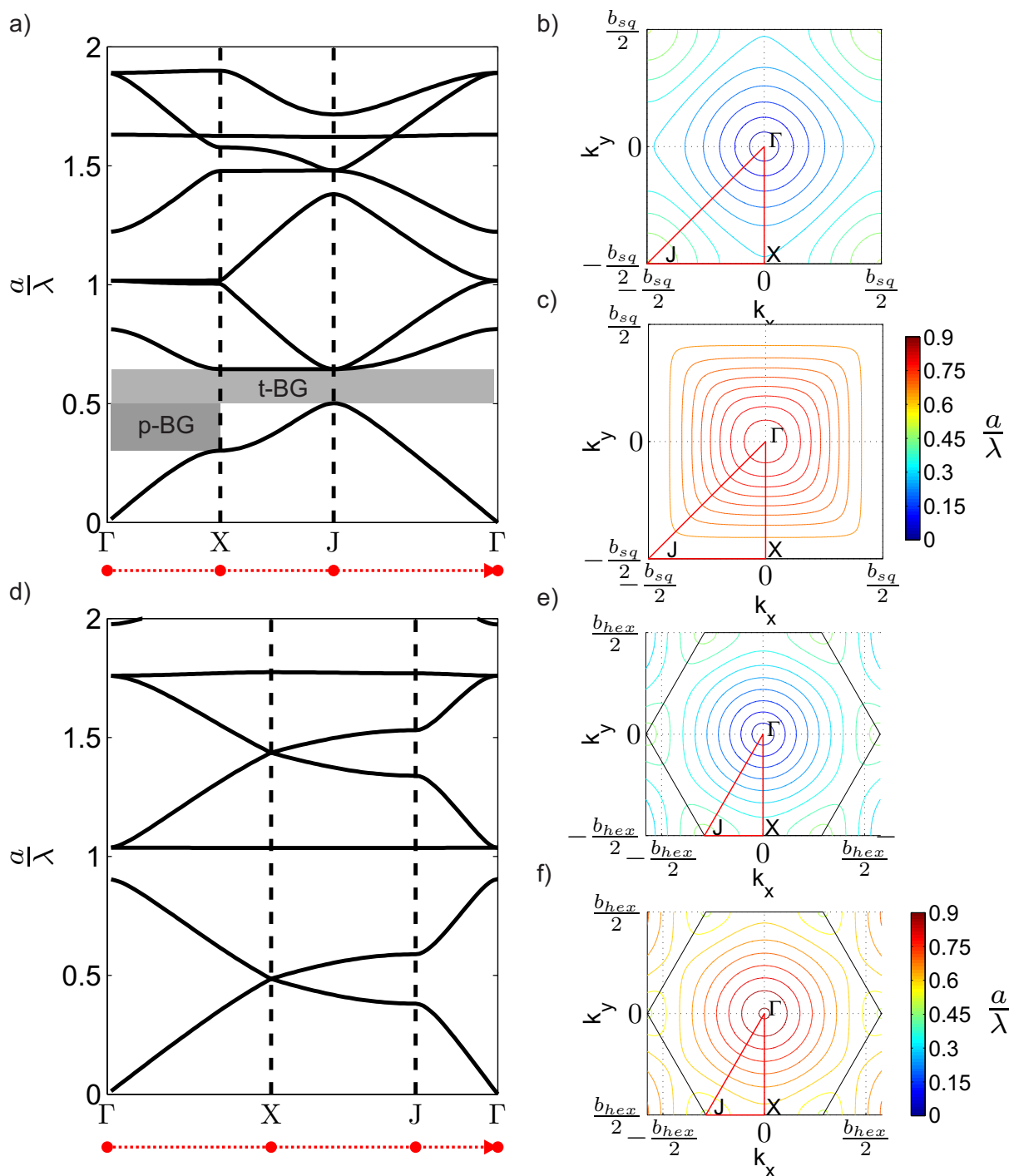
Finalmente, lo que se utiliza de forma estándar para representar la relación de dispersión  $\mathbf{k} = f(\omega)$  son los  $\mathbf{k}$  pertenecientes al contorno de la zona irreductible de Brioullin que, si bien no nos dan la información completa de la estructura de bandas para toda la red, tiene la ventaja de que la misma se presenta de forma más compacta. Estos contornos fijan tamaños y orientaciones para el vector  $\mathbf{k}$  y son estándar para la mayoría de las redes simples. En las figuras 2.2, 2.3 y 2.4 puede verse en rojo una representación de la zona irreductible de Brioullin así como su contorno  $\Gamma$ -X-J- $\Gamma$ . Esta representación de la relación de dispersión para vectores de onda pertenecientes al contorno de la zona irreductible de Brioullin se conoce como diagrama de bandas.

El valor de  $\omega$  correspondiente a cada valor de  $\mathbf{k}$  (relación de dispersión) dentro del contorno de la zona irreductible de Brioullin ( $\Gamma$ -X-J- $\Gamma$ ) se muestra en la figura 2.4 a) y d) para la red cuadrada y hexagonal respectivamente.

A continuación analizaremos dos comportamientos característicos de las ondas propagándose dentro de un cristal sónico: las bandas prohibidas y las bandas de refracción negativa.

---

<sup>5</sup>En inglés *band folding*.



**Figura 2.4:** Curvas de equifrecuencia para varios valores de  $\omega$  (curvas de nivel de la banda para la primera zona de Brillouin) para la red cuadrada en b) y c) y hexagonal en e) y f). En las mismas puede verse en rojo la zona irreducible de Brillouin y su contorno  $\Gamma$ -X-J- $\Gamma$ . En a) y c) se representa el diagrama de bandas para el contorno  $\Gamma$ -X-J- $\Gamma$  para una red cuadrada y hexagonal respectivamente. Las bandas prohibidas total (t-BG) y parcial (p-BG) entre la primera y segunda banda de la red cuadrada aparece como una superficie grisada en a).

## § 2.3 BANDAS PROHIBIDAS

Varias características de la propagación de ondas dentro de la red cristalina pueden obtenerse del diagrama de bandas, un ejemplo de ello son las bandas prohibidas (BG<sup>6</sup>). Las bandas prohibidas son los valores de  $\omega$  para los que no existe un vector  $\mathbf{k}$  de propagación posible dentro de la estructura cristalina. Esto significa que la propagación de ondas acústicas dentro del cristal *no* está permitida de la misma manera que en un semiconductor resulta imposible la transmisión de ondas de electrones para ciertos niveles de energía[152]. El mecanismo físico subyacente en la formación de BG acústicos es la interferencia destructiva entre ondas reflejadas por dos planos consecutivos de dispersores acústicos.

Los BG acústicos en los cristales sónicos pueden clasificarse en dos tipos; BG totales y BG parciales. Un BG total tiene lugar cuando no existe ningún  $\mathbf{k}$  posible de propagación dentro del cristal para una onda con frecuencia angular  $\omega$ , por otro lado, si esto no se cumple solo para uno (o varios) valores de  $\mathbf{k}$ , esta banda se denomina BG parcial. En el diagrama de bandas de la red cuadrada que se muestra en la figura 2.4 a) aparecen como superficies grisadas las bandas prohibidas total (t-BG) y parcial (p-BG). Para esta red existe un BG total entre la primera y segunda banda (de  $\frac{a}{\lambda} = 0,5$  a  $\frac{a}{\lambda} = 0,65$ ) y un BG parcial para la dirección  $\Gamma$ -X (de  $\frac{a}{\lambda} = 0,3$  a  $\frac{a}{\lambda} = 0,5$ ). En la red hexagonal (figura 2.4 d)), el primer BG total es más angosto y se encuentra entre la segunda y tercer banda (de  $\frac{a}{\lambda} = 0,9$  a  $\frac{a}{\lambda} = 1$ ) pero existe un BG parcial entre la primera y segunda banda para la dirección  $\Gamma$ -J (de  $\frac{a}{\lambda} = 0,38$  a  $\frac{a}{\lambda} = 0,58$ ).

Si bien las bandas prohibidas han sido estudiadas en ondas electromagnéticas desde finales de la década del 80[151, 63], el interés por las mismas en ondas acústicas es relativamente reciente. El estudio teórico y experimental de los BGs en cristales fonónicos se desarrolló ampliamente a partir de la segunda mitad de la década del 90[122, 70, 71, 73] pero fue recién en el trabajo de Martínez-Sala et al [85] que se reportó experimentalmente la existencia de BGs totales en el rango audible. A partir de ese momento se comenzaron a plantear aplicaciones que aprovechan las bandas prohibidas de los cristales sónicos en el campo del control de ruido[71, 84, 113, 140] y, más recientemente, control del espacio acústico[127, 128].

La estructura de bandas no solo depende de la geometría de la red sino también de parámetro de red ( $a$ ), el material de la matriz y los dispersores y la geometría de los mismos (forma y dimensiones). A lo largo de la tesis utilizaremos escáterers cilíndricos rígidos en aire, dejando

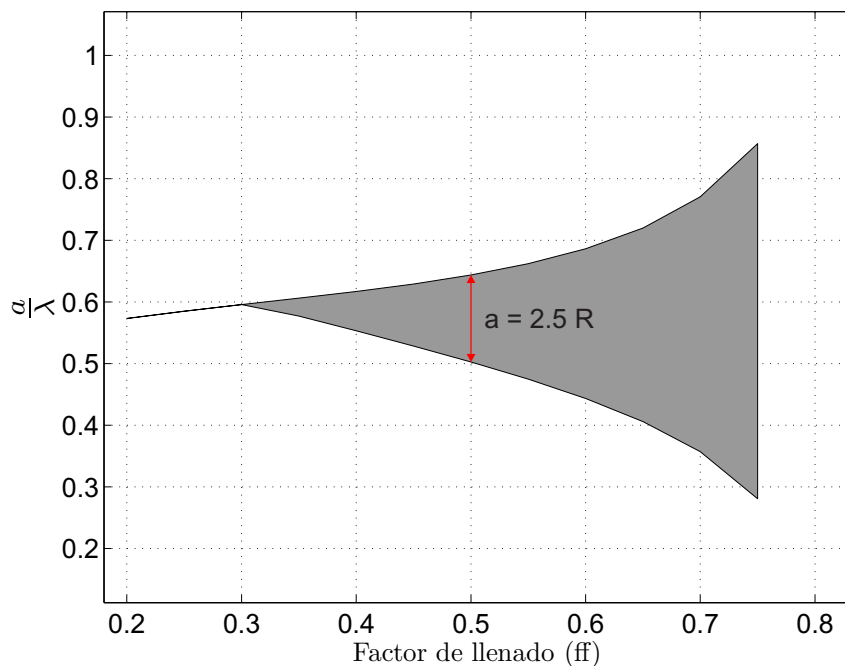
---

<sup>6</sup>del inglés Band Gap.

sólo como variables la geometría de la red,  $a$  y el radio de los cilindros  $R$ .

La medida que resume la relación entre el tamaño de los escáterers ( $R$  en el caso de cilindros) y el parámetro de red  $a$ , es el factor de llenado. El mismo vale  $\pi(R/a)^2$  para la red cuadrada y  $\pi\frac{4\sqrt{3}}{3}(R/a)^2$  para la red hexagonal y nos permite estudiar el comportamiento de los CSs de forma adimensional.

Por ejemplo, para una red cuadrada, a bajos valores de  $f$  no existe BG total entre la primera y segunda banda, pero al aumentar el  $f$  (agrandar los dispersores o acercarlos entre si) un BG total aparece y se agranda hasta alcanzar su valor máximo para el  $f$  máximo posible (0.7854<sup>7</sup>). Este efecto aparece graficado en la figura 2.5, donde también puede verse, como una línea roja, la amplitud del BG total para un cristal con el diagrama de bandas expuesto en la figura 2.4 a).



**Figura 2.5:** La superficie grisada muestra la amplitud del BG total entre la primera y segunda banda para un cristal sónico bidimensional de red cuadrada al variar el factor de llenado ( $f = \pi(R/a)^2$ ). El valor máximo que puede tomar el  $f$  para una red cuadrada, sin que se superpongan los cilindros, es de 0,7854 ( $a = 2R$ ). En rojo pueden verse los límites del BG total para una red cuadrada de parámetro de red  $a = 2,5R$ .

<sup>7</sup>Para  $a = 2R$

## § 2.4 REFRACCIÓN NEGATIVA Y FOCALIZACIÓN

La refracción ocurre cuando la dirección de propagación de una onda cambia debido a un cambio en el medio de propagación, particularmente un cambio en la velocidad de fase  $c$ [141, 146]. Los cristales sónicos resultan un caso particular, debido a sus propiedades inusuales de dispersión, que conllevan a casos anómalos de refracción[160, 45, 80, 149].

Para considerar la refracción en la interfaz entre un medio normal homogéneo y un CS, comenzaremos analizando la refracción entre dos medios regulares e isótropos. En un medio regular e isótropo con velocidad de fase  $c_0$ , una onda plana de frecuencia angular  $\omega_0 = 2\pi f$  tendrá un vector de onda

$$\mathbf{k}_0 = k_0 \mathbf{r}, \quad (2.53)$$

donde  $k_0 = \omega_0/c_0$  es el módulo del vector de onda y  $\mathbf{r}$  es el vector unitario en la dirección de propagación de la onda plana. En la interfaz en la que la onda pasa del medio con  $c_0$  a un medio con  $c_1$  (ver figura 2.6), el vector de onda incidente puede separarse en una componente normal  $k_0^\perp$  y una componente tangencial  $k_0^\parallel$  a la interfaz de la siguiente forma:

$$\mathbf{k} = k_0 \mathbf{r}^\perp + k_0 \mathbf{r}^\parallel, \quad (2.54)$$

donde  $k_0 \mathbf{r}^\perp$  y  $k_0 \mathbf{r}^\parallel$  son las componentes normal y tangencial del vector de onda  $\mathbf{k}_0$  incidente, respectivamente.

En la interfaz deben cumplirse tres condiciones: la componente tangencial del vector de onda en ambos medios debe ser igual, el módulo del vector de onda debe corresponder a la velocidad de fase y la frecuencia angular en cada medio, y la dirección de la velocidad de grupo en la interfaz debe ser la misma para ambos medios. La velocidad de grupo representa la velocidad con la que se mueve la envolvente de la onda y para un medio homogéneo vale  $c_g = \omega/k$ . De esta forma, la tercera condición planteada asegura que el flujo de energía sea consecuente, es decir, que tenga la misma dirección en ambos medios. A partir de estas tres condiciones se obtiene el vector de onda en el segundo material  $\mathbf{k}_1$ . De la primera condición tenemos que:

$$k_0^\parallel = k_1^\parallel, \quad (2.55)$$

y, como se trata de un medio homogéneo, de la segunda condición obtenemos:

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1}. \quad (2.56)$$

La última condición no tiene una expresión matemática directa, pero como en el caso de medios regulares e isotrópicos, el vector de onda  $\mathbf{k}$  es paralelo a la velocidad de grupo, la tercera condición se satisface automáticamente.

Reemplazando las ecuaciones 2.55 y 2.56 en  $k_1^\perp = \sqrt{(k_1)^2 - (k_1^\parallel)^2}$  se obtiene la componente perpendicular de la onda en el segundo medio

$$k_1^\perp = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_1}\right)^2 - (k_0^\parallel)^2}. \quad (2.57)$$

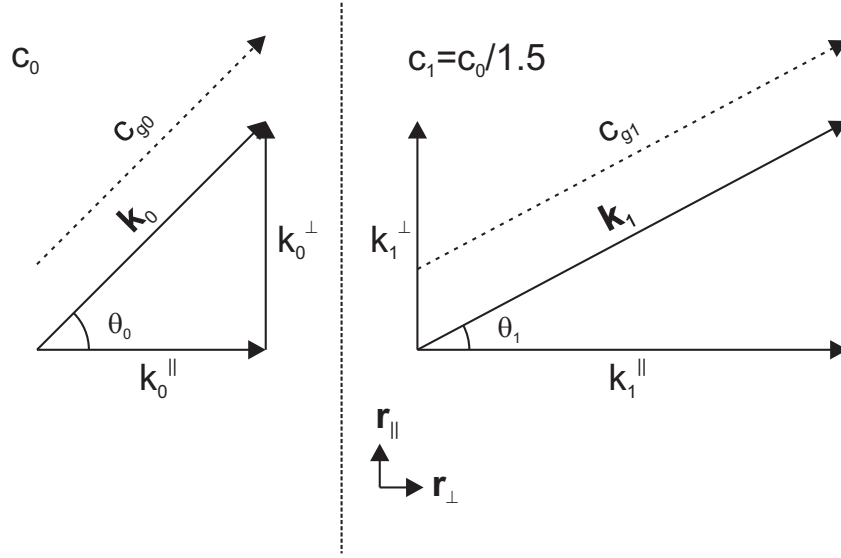
En la figura 2.6 puede verse una representación esquemática de los vectores de onda  $\mathbf{k}_0$  y  $\mathbf{k}_1$  en la interfaz entre dos medios como los descritos anteriormente. En el caso ilustrado, el ángulo de incidencia es  $\theta_0 = 45^\circ$  y la velocidad de fase del segundo medio es  $c_1 = c_0/1,5$ . De esta forma, el ángulo de refracción es  $\theta_1 = 28^\circ$ . Estos valores se encuentran en concordancia con la ley de Snell, que puede ser escrita como

$$\text{sen}(\theta_1) = \frac{c_1}{c_0} \text{sen}(\theta_0). \quad (2.58)$$

En la figura también puede verse como la velocidad de grupo  $c_g$  es paralela al vector de onda, algo que, como veremos más adelante, no siempre se cumple para ondas propagándose en estructuras cristalinas.

Otra forma de ilustrar la refracción, y que nos será de utilidad para el caso de la interfaz aire-CS, es mediante el uso de las curvas de equifrecuencia. Para los medios homogéneos, estas curvas son círculos de radio  $k = \frac{\omega}{c}$  ya que el módulo de  $\mathbf{k}$  no es función de la dirección de propagación de la onda. En el caso de los CS, las superficies de equifrecuencia son las curvas de nivel del diagrama de bandas para una dada frecuencia tal como las que se ven en la figura 2.4 b), c), e) y f).

Para determinar la refracción del primer al segundo medio utilizando las superficies de equifrecuencia primero se dibuja el vector inicial  $\mathbf{k}_0$  en módulo y dirección en su correspondiente curva (con radio  $R_0 = \frac{\omega}{c_0}$ ) como se muestra en la figura 2.7 a). Luego, se traza una línea (línea horizontal punteada en la figura) marcando la componente tangencial del vector de onda. A



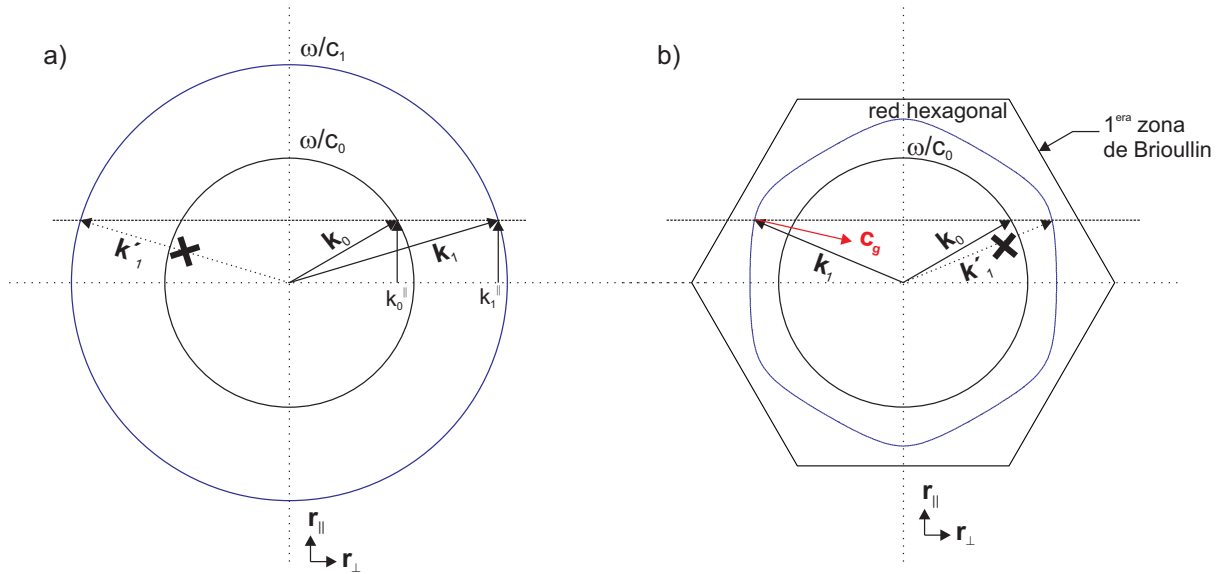
**Figura 2.6:** Representación esquemática de los vectores de onda  $\mathbf{k}_0$  y  $\mathbf{k}_1$  en la interfaz entre dos medios regulares e isótropos. En el caso ilustrado, el ángulo de incidencia es  $\theta_0 = 45^\circ$  y la velocidad de fase del segundo medio es  $c_1 = c_0/1,5$ . El ángulo de refracción es  $\theta_1 = 28^\circ$ .

partir de donde esta línea intersecta la curva de equifrecuencia del segundo medio (con radio  $R_1 = \frac{\omega}{c_1}$ ), se obtiene el valor de  $\mathbf{k}_1$ . De esta forma, se cumplen las dos primeras condiciones, la conservación de la componente tangencial y de la frecuencia angular. Por otro lado, la tercer condición nos es útil para decidir cuál de los dos posibles valores de intersección de la línea punteada con el círculo de radio  $R_1$  nos define el verdadero  $\mathbf{k}_1$ . Esto significa que, si la velocidad de grupo (paralela a  $\mathbf{k}$  en un medio homogéneo) va hacia la derecha en el primer medio, debe hacerlo también en el segundo, y es por eso que se elije el vector  $\mathbf{k}_1$  con componente tangencial hacia la derecha en la figura.

El caso de un material periódico es más complejo ya que las curvas de equifrecuencia no son necesariamente círculos, es decir, para una frecuencia angular  $\omega$  dada, el vector de onda puede variar su módulo de acuerdo a la dirección de propagación. Además, al contrario que en los materiales homogéneos, la velocidad de grupo no es necesariamente paralela al vector de onda. La velocidad de grupo se define de forma general como:

$$c_g = \nabla\omega(\mathbf{k}), \quad (2.59)$$

es decir, es el gradiente de la banda de la estructura de bandas para un dado  $\omega$ . Para el caso homogéneo descrito anteriormente, el gradiente se encuentra en la misma dirección que  $\mathbf{k}$ , ya que, al aumentar el módulo de  $\mathbf{k}$ , el radio del círculo de la curva de equifrecuencia crece en la



**Figura 2.7:** Curva de equifrecuencia para  $\omega = 0,6\frac{\omega}{\lambda}$  perteneciente a la segunda banda de la estructura de bandas del CS de red hexagonal de la figura 2.4 f). Como puede verse en la figura 2.4 las curvas se vuelven cada vez menos circulares a medida que la frecuencia aumenta. Como consecuencia, la velocidad de grupo es cada vez menos paralela al vector de onda.

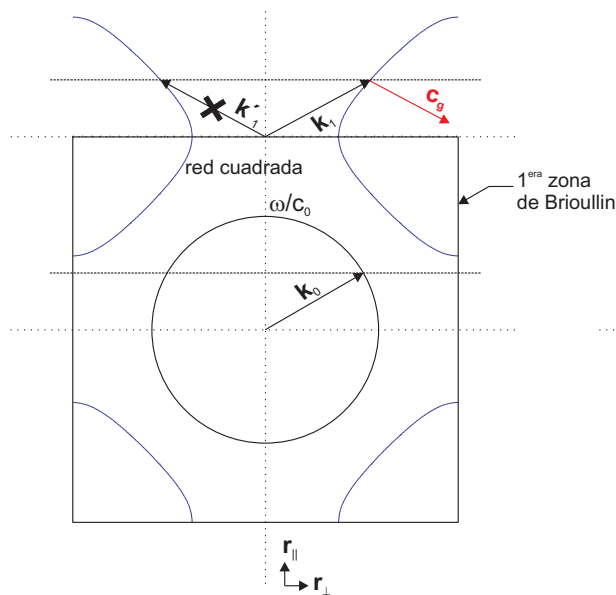
misma dirección que el vector de onda. Esto significa que, el único caso en el que la velocidad de grupo es paralela a  $\mathbf{k}$  es cuando la curva de la superficie de equifrecuencia es un círculo y el módulo del vector de onda crece con la frecuencia linealmente (lo que ocurre en los medios homogéneos).

En la figura 2.7 b) vemos el mismo procedimiento llevado a cabo para obtener  $\mathbf{k}_1$  en la interfaz entre dos medios homogéneos pero para una onda pasando de un medio homogéneo a una estructura cristalina. En este caso, como segundo medio utilizamos un CS de red hexagonal y, al contrario de los medios homogéneos, en este caso la curva de equifrecuencia es dependiente de  $\omega$ . En la figura 2.7 b) se muestra la misma curva circular de radio  $\omega/C_0$  del caso anterior junto con la curva de equifrecuencia para  $\omega = 0,6\frac{\omega}{\lambda}$  perteneciente a la segunda banda de la estructura de bandas del CS de red hexagonal de la figura 2.4 f). Como puede verse en la figura 2.4 f), las curvas se vuelven cada vez menos circulares a medida que la frecuencia aumenta y, como consecuencia, la velocidad de grupo es cada vez menos paralela al vector de onda.

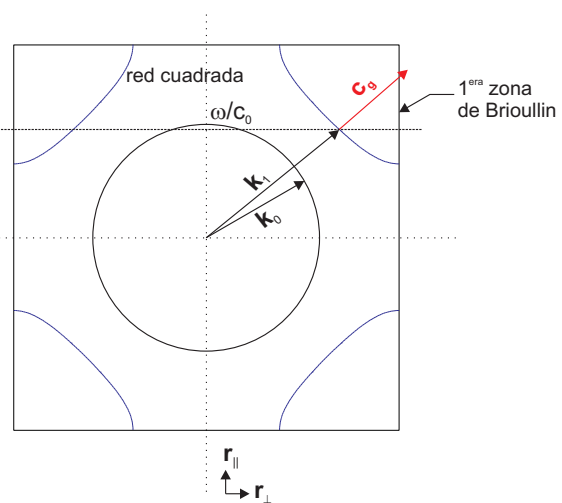
Las primeras dos condiciones en la interfaz se cumplen de la misma manera que para el caso homogéneo, pero lo que resulta interesante en este caso es la velocidad de grupo  $c_1$  del medio 1, que cumple la tercera condición planteada previamente, no es la que corresponde al  $\mathbf{k}_1$  con componente perpendicular hacia la derecha. Esto se debe a que, al contrario que en el caso del

medio homogéneo, en la segunda banda del cristal de red hexagonal al aumentar el módulo del vector de onda, la frecuencia angular  $\omega$  disminuye. El resultado es una onda en la que la  $c_g$  no sólo no es paralela a  $\mathbf{k}_1$  sino que es antiparalela (tiene el signo contrario a la dirección normal a la interface), es decir, la velocidad de fase y la  $c_g$  van en sentido contrario. Esto es lo que se conoce como *refracción negativa*[148].

a)



b)

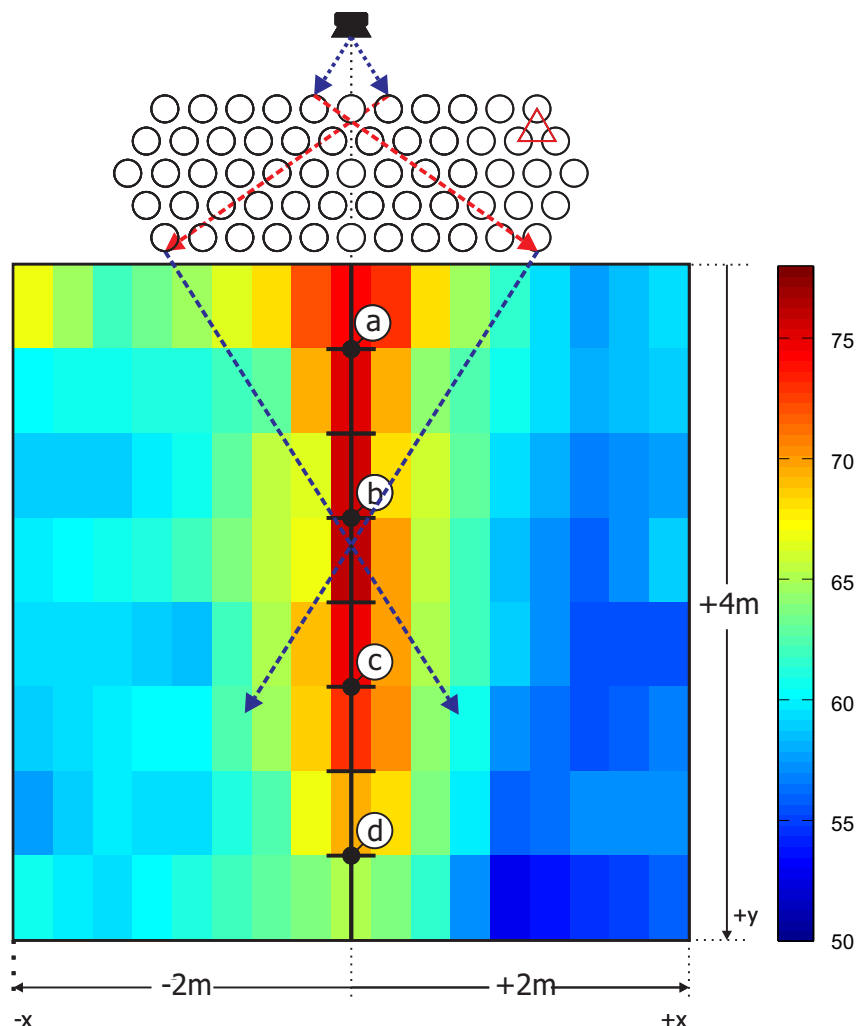


**Figura 2.8:** Curva de equifrecuencia para  $\omega = 0,35 \frac{\omega}{\lambda}$  perteneciente a la primera banda de la estructura de bandas del CS de red cuadrada de la figura 2.4 b). La proyección del  $\mathbf{k}_0$  se desplaza respetando la periodicidad de la red recíproca debido ‘doblado de bandas’.

La refracción negativa tiene lugar de forma general cuando la banda tiene gradiente negativo, es decir aumenta la frecuencia al aumentar el módulo del vector de onda, pero también puede ocurrir con una banda con gradiente positivo.

Un ejemplo de este caso puede verse en la figura 2.8 a) donde se muestra una onda de  $\omega = 0,35 \frac{\omega}{\lambda}$  incidiendo con un vector de onda  $\mathbf{k}_0$  en un CS de red cuadrada con diagrama de bandas como el que se ve en la figura 2.4 a). Como puede verse en la figuras 2.4 b) y 2.8 a), para esta frecuencia angular las curvas de equifrecuencia no están centradas en el centro de la zona de Brillouin sino en sus ángulos. LO que ocurre en este caso es que, por ‘doblado de bandas’, la proyección del  $\mathbf{k}_0$  se desplaza respetando la periodicidad de la red recíproca y de esta forma, la velocidad de grupo dentro del CS es nuevamente antiparalela al vector de onda. Al contrario de las bandas con gradiente negativo, la condición de refracción negativa se cumple sólo para algunos ángulos de incidencia, ya que esto no ocurriría si la proyección de  $\mathbf{k}_0$  intersectara la

curva de equifrecuencia dentro del cuadrado (si no hubiera ‘doblado de bandas’). Este último caso puede verse en la figura 2.8 b).



**Figura 2.9:** Representación esquemática de la focalización por refracción negativa. Una fuente cilíndrica (parlante) emite una onda (rayos azules) que se propaga por el CS (rayos rojos) y vuelve a salir al aire del otro lado (rayos azules). Como fondo se muestra una medida experimental de intensidad en  $dB$  para una banda de ruido de un tercio de octava y frecuencia central  $1,12kHz$  realizada en uno de los prototipos que se utilizarán más adelante en esta tesis. Se trata de un CS de red hexagonal con radio  $R = 0,16m$  y  $a = 0,22m$ . En la misma puede verse un aumento de entre 15 y 20  $dB$  en la zona alineada con la fuente.

Uno de los efectos que se pueden lograr en un sistema que presenta refracción negativa es el de ‘lente acústica’[101, 159]. Esto ocurre ya que al colocar una fuente cilíndrica, y aún conservando la geometría recta de interfaz aire-CS, los rayos se curvan en sentido contrario al incidente. El camino de los rayos puede verse esquematizado en la figura 2.9. En la misma aparece como fondo una medida experimental de intensidad en  $dB$  para una banda de ruido

de un tercio de octava y frecuencia central  $1,12kHz$  realizada en uno de los prototipos que se utilizarán más adelante en esta tesis. Se trata de un CS de red hexagonal con radio  $R = 0,16m$  y  $a = 0,22m$  que, para este rango de frecuencias, presenta refracción negativa en su segunda banda. En esta medición puede verse un aumento de entre 15 y 20 dB en la zona alineada con la fuente.

Para tener una focalización ‘perfecta’, es decir, una imagen perfecta de la fuente cilíndrica al otro lado del CS, resulta necesario que todos los rayos emitidos por la fuente se curven con el mismo ángulo. Esto significa que las superficies de equifrecuencia deben ser círculos, pero con  $\omega$  disminuyendo al aumentar el módulo de  $\mathbf{k}$  (gradiente negativo), dando como resultado un  $\mathbf{k}$  y una velocidad de grupo totalmente opuestos. Aunque no estemos en este caso, y como se verá más adelante, pueden obtenerse buenos efectos de focalización mientras se cumpla la condición de que la velocidad de grupo sea antiparalela al vector de onda.



## - Capítulo 3 -

---

### Scattering de ondas acústicas

---

Se denomina scattering<sup>1</sup> al fenómeno que toma lugar cuando un campo acústico externo incide en un obstáculo con diferentes propiedades acústicas, denominado dispersor. La interacción entre el campo externo y el dispersor genera un campo acústico dispersado que depende de las propiedades físicas y geométricas de este último, así como de su posición individual y relativa a otros obstáculos. La suma de este campo dispersado y el campo incidente externo nos da como resultado el campo acústico total en el dominio de interés.

A continuación presentaremos un método para calcular el campo dispersado por cilindros de largo infinito. Comenzaremos el capítulo por el caso más simple, el scattering de un único cilindro para luego extenderlo a dos y  $n$  cilindros. Finalmente presentaremos un método para calcular la reflectancia y transmitancia de un cristal sonico formado por un número finito de filas infinitas de cilindros.

#### § 3.1 SCATERING DE UN CILINDRO

El problema de scattering de un cilindro consiste en un dominio compuesto por medio fluido con módulo de compresibilidad  $K_0$ , densidad  $\rho_0$  y velocidad del sonido  $c_0 = \sqrt{\frac{K_0}{\rho_0}}$  en el que se coloca un cilindro de largo infinito y radio  $R$ . El largo infinito del cilindro nos permite tratar este problema como bidimensional y colapsar el cilindro a un círculo.

---

<sup>1</sup>La utilización del termino en inglés *scattering* se debe a que la traducción al español, dispersión, corresponde al término que se utilizó en el capítulo anterior para definir la relación entre el módulo del vector de onda y la frecuencia (en inglés *dispersion*). A pesar de tratarse de un término en idioma extranjero, a lo largo de la tesis lo utilizaremos sin itálica para facilitar la lectura. El uso de dispersor para *scatterer* y campo dispersado para *scattered field* se mantiene ya que no genera ninguna ambigüedad.

En el dominio incide un campo de presiones que denominaremos  $P_{inc}$ . Luego de que este campo incidente se encuentra con el cilindro, el campo total de presiones puede ser expresado de la siguiente forma:

$$P_{tot} = P_{inc} + P_{sc}, \quad (3.1)$$

donde  $P_{tot}$  es el campo total de presiones,  $P_{inc}$  es el campo de la onda incidente y  $P_{sc}$ <sup>2</sup> es el campo dispersado por el cilindro.

El campo incidente y las propiedades físicas y geométricas del dispersor son los datos de nuestro problema y para hallar el campo dispersado debemos tener en cuenta que tanto el campo total como cada uno de los sumandos de la ecuación 3.1 deben cumplir con la ecuación de ondas expresada en 2.11. De esta manera, y considerando únicamente la solución armónica, donde la presión es  $P = Re [P(\mathbf{r})e^{-i\omega t}]$ , con frecuencia angular  $\omega$  y envolvente espacial compleja  $P(\mathbf{r})$ , el problema se reduce a encontrar soluciones de la ecuación de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + \mathbf{k}^2) P(\mathbf{r}) = 0, \quad (3.2)$$

donde  $k = \sqrt{\frac{\omega}{c_0}}$  es el módulo del vector de ondas  $\mathbf{k}$  y  $\omega$  la frecuencia angular de la onda incidente. En coordenadas cilíndricas, esta ecuación tiene dos soluciones separadas:

$$\Psi_q(\mathbf{r}) = J_q(kr)e^{iq\theta}, \quad (3.3)$$

$$\Phi_q(\mathbf{r}) = H_q(kr)e^{iq\theta}, \quad (3.4)$$

llamadas funciones de onda cilíndricas saliente y regular, respectivamente.  $J_q$  una función de Bessel y  $H_q$  una función de Hankel, ambas de orden  $q$ ,  $\mathbf{r} = (r, \theta)$  es el vector posición en coordenadas cilíndricas. La función de onda saliente (función de Bessel) satisface la condición de radiación de Sommerfeld[125], que indica que no puede haber radación de energía desde el infinito pero es singular en el origen. Por otro lado, la función de onda regular (función de Hankel) no satisface la condición de radiación de Sommerfeld pero tampoco es singular en el origen.

El campo incidente puede ser escrito como una expansión en funciones de Bessel ya que no

---

<sup>2</sup>Sc Del inglés *scattered field*

hay ninguna condición sobre el valor del mismo en el infinito y utilizando la notación presentada en la ecuación 3.3, el mismo puede escribirse como:

$$P_{inc} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q \Psi_q(\mathbf{r}), \quad (3.5)$$

donde los  $B_q$  son los coeficientes de la expansion de la onda incidente. Por otro lado, el campo dispersado sí debe cumplir la condición de radiación de Sommerfeld ya que la energía puede considerarse como radiada por el dispersor. En este caso, el campo será expresado como un desarrollo en funciones de Hankel, es decir, como la solución saliente de la ecuación de Helmholtz (según la ecuación 3.4):

$$P_{sc} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} A_q \Phi_q(\mathbf{r}). \quad (3.6)$$

Los coeficientes  $B_q$  son datos de nuestro problema, ya que serán los coeficientes de la expansión en funciones de Bessel del campo incidente, mientras que hallar los  $A_q$  que cumplan con las condiciones de contorno y la ecuación de onda va a ser el objetivo de nuestro método.

A continuación analizaremos la forma general de los coeficientes de la expansión de la onda incidente para dos casos típicos, una onda plana y una fuente puntual.

### 3.1.1. Campos incidentes

**Onda plana** Para una onda plana incidiendo con un ángulo  $\theta_0$  el campo acustico puede expresarse de forma directa en coordenadas cartesianas como:

$$P_{inc} = P_0 e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{x}} = P_0 e^{ik_0[x \cos(\theta_0) + x \sin(\theta_0)]}, \quad (3.7)$$

donde  $\mathbf{k}_0 = (k_0, \theta_0)$  es el vector de onda de la onda incidente. Luego, reescribiendo la ecuación 3.7 en coordenadas cilíndricas resulta:

$$P_{inc} = e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{r} \cos(\theta - \theta_0)}. \quad (3.8)$$

Debido a que nos propusimos expresar el campo incidente como una expansión de funciones cilíndricas ( $P_{inc} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} B_q \Psi_q(\mathbf{r})$ ), el siguiente paso es escribir la onda plana como una sumatoria de funciones de Bessel. Esto se lleva a cabo por medio de la expansión de Jacobi-

Anger[1]:

$$e^{(iz \cos \phi)} = \sum_q i^m J_q(z) e^{(iq\phi)}. \quad (3.9)$$

Utilizando esta sustitución, la onda plana incidente puede expresarse como:

$$P_{inc} = P_0 \sum_q i^q e^{(-iq\theta_0)} J_q(kr) e^{(iq\theta)}. \quad (3.10)$$

Luego de reagrupar los términos podemos obtener una expansión de la forma de  $P_{inc}$  propuesta en 3.5:

$$P_{inc} = \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}), \quad (3.11)$$

con los coeficientes

$$B_q = P_0 i^q e^{(-iq\theta_0)}. \quad (3.12)$$

Como se verá más adelante, cuando se resuelve el problema de scattering para más de un dispersor resulta necesario referir el campo incidente a distintos sistemas de referencias. Al modificar la referencia del mismo campo incidente de  $\mathbf{r}$  a  $\mathbf{r}'$  desplazando la referencia  $\mathbf{R}'$  (siendo  $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{R}'$ ) se obtiene:

$$P_{inc} = P_0 e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} \quad (3.13)$$

$$= P_0 e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}'} e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{R}'} \quad (3.14)$$

$$= P_0 e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{R}'} \sum_q i^q e^{(-iq\theta_0)} J_q(kr') e^{(iq\theta')} \quad (3.15)$$

$$= P_0 e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{R}'} \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}'). \quad (3.16)$$

De esta manera, los coeficientes para la expansión de una onda con respecto a un sistema de referencia  $\mathbf{r}'$  arbitrario pueden expresarse como:

$$B'_q = P_0 i^q e^{(-iq\theta_0)} e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{R}'} = B_q e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{R}'}. \quad (3.17)$$

Resulta interesante señalar que, al cambiar el sistema de referencia, los coeficientes de la expansión de una onda plana se modifican sólo por un factor de fase  $e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{R}'}$ .

**Fuente puntual** Una fuente puntual de orden  $m$  se define por una función de Hankel del mismo orden centrada en la posición de la fuente ( $\mathbf{R}_0$ ). De esta forma, el campo generado por la fuente puede escribirse como:

$$P_{inc} = P_0 H_m(kr_0) e^{im\theta_0} \quad (3.18)$$

$$P_{inc} = P_0 \Phi_m(\mathbf{r}_0), \quad (3.19)$$

donde  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_0 = (r_0, \theta_0)$  y  $P_0$  es la amplitud de la fuente.

A diferencia de la onda plana, es imposible definir los  $B_q$  de la fuente puntual sin desplazar el origen de la fuente.

A diferencia de la onda plana, la fuente puntual no puede compartir el origen de coordenadas con el centro de un dispersor ya que, para este tipo de fuentes, el origen de coordenadas corresponde con la posición de la misma. De esta manera, para referir la fuente puntual a otro sistema de coordenadas definido por  $\mathbf{R}'_0 = \mathbf{R}_0 - \mathbf{R}'$ , se debe trasladar su origen utilizando el teorema de adición de Graf[1, 137]. Este teorema puede expresarse como:

$$H_\nu(kr_j) e^{i\nu(\theta_j - \Theta_{jl})} = \sum_{\mu} H_{\nu+\mu}(kR_{jl}) J_\mu(kr_l) e^{i\mu(\pi - \theta_l + \Theta_{jl})}, \quad (3.20)$$

para  $j \neq l$  y  $r_l < R_{jl}$ . Donde  $\mathbf{r}_j = (r_j, \theta_j)$  y  $\mathbf{r}_l = (r_l, \theta_l)$  son las coordenadas de un punto con respecto a un sistema con origen en  $R_j$  y  $R_l$  respectivamente, y  $\mathbf{R}_{jl} = (R_{jl}, \Theta_{jl})$  es el vector diferencia entre ambos orígenes ( $\mathbf{R}_{jl} = \mathbf{R}_j - \mathbf{R}_l$ ).

Nuestro objetivo es expresar la función de Hankel de orden  $m$  y con centro en  $R_0$  ( $H_m(kr_0) e^{im\theta_0}$ ) en el sistema de coordenadas  $\mathbf{r}'$  con centro en  $R'$ . Por lo tanto, podemos definir  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_0 = (r_0, \theta_0)$ ,  $\mathbf{r}_l = \mathbf{r}' = (r', \theta')$  y el vector que une los orígenes  $\mathbf{R}_{jl} = \mathbf{R}'_0 = (R'_0, \Theta'_0)$ . Reemplazando estos vectores en la ecuación 3.20 obtenemos:

$$H_m(kr_0)e^{im(\theta_0-\Theta'_0)} = \sum_q H_{m+q}(kR'_0)J_q(kr')e^{iq(\pi-\theta'+\Theta'_0)} \quad (3.21)$$

$$H_m(kr_0)e^{im\theta_0} = e^{im\Theta'_0} \sum_q H_{m+q}(kR'_0)J_q(kr')e^{iq(\pi-\theta'+\Theta'_0)}. \quad (3.22)$$

Luego, podemos reemplazar  $q$  por  $-q$ , recordando que  $J_{-q}(\cdot) = (-1)^q J_q(\cdot)$  [1]:

$$H_m(kr_0)e^{im\theta_0} = e^{im\Theta'_0} \sum_q H_{m-q}(kR'_0)J_q(kr')(-1)^q e^{-iq\pi} e^{iq\theta'} e^{-iq\Theta'_0}. \quad (3.23)$$

Finalmente, sólo resta reemplazar  $(-1)^q e^{-iq\pi} = 1$  y reagrupar los términos para obtener la expresión final:

$$H_m(kr_0)e^{im\theta_0} = \sum_q H_{m-q}(kR'_0)e^{i(m-q)\Theta'_0} J_q(kr')e^{iq\theta'}, \quad (3.24)$$

donde el índice de la sumatoria no se ve afectado por tratarse de una suma infinita. Luego, reemplazando la función de Hankel desplazada (ecuación 3.24) en la presión incidente, obtenemos la expresión de la fuente puntual:

$$P_{inc} = P_0 \sum_q \Phi_{m-q}(\mathbf{R}'_0)\Psi_q(\mathbf{r}'), \quad (3.25)$$

donde el vector  $\mathbf{R}'_0 = (R_0, \theta_0)$  es la posición de la fuente con respecto a la nueva referencia. Finalmente, los coeficientes  $B'_q$  resultan

$$B'_q = P_0 \sum_q \Phi_{m-q}(\mathbf{R}'_0) \quad (3.26)$$

Para la fuente puntual, los  $B'_q$  son funciones de Hankel del vector posición de la fuente con respecto a la nueva referencia y orden  $m - q$ .

### 3.1.2. Condiciones de borde

Una vez obtenidos los coeficientes  $B_q$  del campo incidente, las condiciones en el borde del cilindro, dependen de las propiedades físicas del mismo, definen relación entre los  $B_q$  y los  $A_q$ .

A lo largo de la presente tesis analizaremos exclusivamente el scattering utilizando aire como medio externo y dispersores con impedancia acústica mucho mayor al aire. Estos dispersores

pueden considerarse rígidos ya que la interacción del campo acústico externo con los modos elásticos de los mismos resulta despreciable. Sin embargo, a continuación desarrollaremos las condiciones de borde para un cilindro fluido rígido, penetrable y blando con el fin de exponer el procedimiento de obtención de las ecuaciones de scattering para diversas condiciones de borde. Si bien no lo desarrollaremos en la present tesis tesis, las mismas condiciones de borde pueden aplicarse para obtener las ecuaciones de scattering de dispersores elásticos, teniendo cuenta las ecuaciones de continuidad en la frontera fluido-sólido.

**Cilindro rígido** Un cilindro se considera rígido cuando su contorno no puede ser desplazado, es decir, la velocidad de desplazamientos del fluido en el mismo es nula. En otras palabras, en la frontera ( $S$ ) del cilindro debe cumplirse la siguiente condición de Neumann:

$$\frac{\partial P_{tot}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{en } S, \quad (3.27)$$

que en coordenadas polares y para un cilindro de radio  $R$  puede expresarse como

$$\left. \frac{\partial P_{tot}}{\partial r} \right|_{r=R} = 0. \quad (3.28)$$

Ahora, debemos hacer cumplir las condiciones de borde al campo  $P_{tot}$  que, luego de expresarlo como una expansión en funciones cilíndricas, tiene la siguiente forma:

$$P_{tot} = P_{inc} + P_{sc}, \quad (3.29)$$

$$P_{tot} = \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}) + \sum_q A_q \Phi_q(\mathbf{r}). \quad (3.30)$$

Tras reemplazar esta última expresión en la ecuación 3.28 se obtiene:

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \left( \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}) + \sum_q A_q \Phi_q(\mathbf{r}) \right) \right|_{r=R} = 0 \quad (3.31)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \left( \sum_q B_q J_q(kr) e^{iq\theta} + A_q H_q(kr) e^{iq\theta} \right) \right|_{r=R} = 0 \quad (3.32)$$

$$\sum_q (B_q J'_q(kR) + A_q H'_q(kR)) e^{iq\theta} = 0. \quad (3.33)$$

Debido a la ortogonalidad de las funciones con argumento imaginario, la sumatoria puede separarse en infinitas ecuaciones independientes. Esto significa que para cada término debe cumplirse que:

$$B_q J'_q(kR) + A_q H'_q(kR) = 0 \quad \forall q, \quad (3.34)$$

de donde se obtiene la relación entre los coeficientes del campo incidente y el campo dispersado para el término de orden  $q$ ,

$$A_q = -\frac{J'_q(kR)}{H'_q(kR)} B_q. \quad (3.35)$$

El factor  $T_q = -\frac{J'_q(kR)}{H'_q(kR)}$  que relaciona los coeficientes es conocido en la literatura como matriz de transmisión [144], o simplemente matriz  $T^3$ . De esta manera, los coeficientes  $A_q$  puede ser reescritos como  $T_q B_q$ . Utilizando esta relación es posible expresar el campo  $P_{tot}$  en el dominio de cálculo en función de los coeficientes de la expansión del campo incidente y datos geométricos del problema,

$$P_{tot} = P_{inc} + P_{sc} \quad (3.36)$$

$$= \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}) + \sum_q A_q \Phi_q(\mathbf{r}) \quad (3.37)$$

$$= \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}) + \left( -\frac{J'_q(kR)}{H'_q(kR)} \right) B_q \Phi_q(\mathbf{r}) \quad (3.38)$$

$$= \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}) + T_q B_q \Phi_q(\mathbf{r}). \quad (3.39)$$

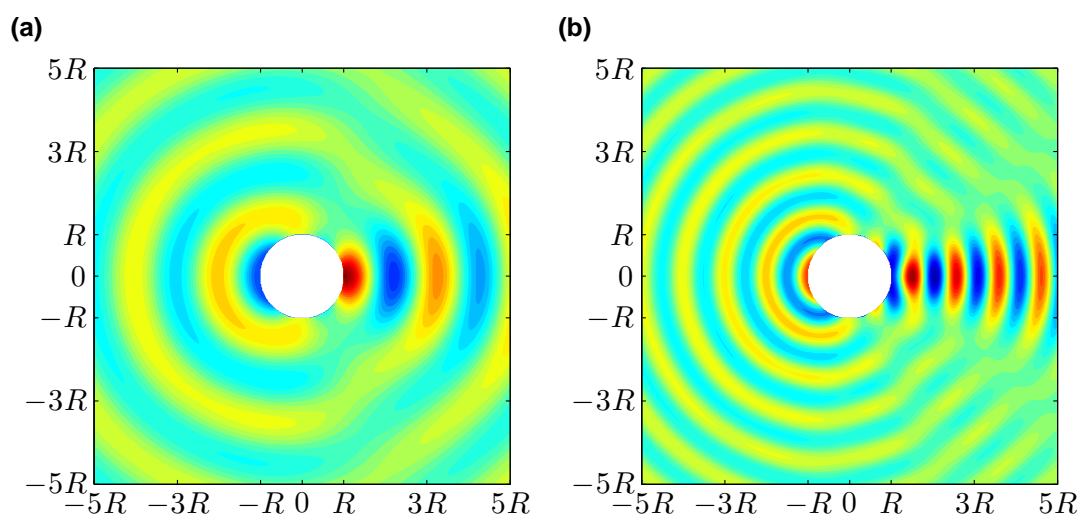
Si bien el índice  $q$  se extiende desde  $-\infty$  a  $+\infty$ , resulta necesario truncarlo a un valor máximo para obtener una solución numérica del sistema de ecuaciones planteado. A este valor máximo lo llamaremos  $Q$ , siendo  $-Q$  y  $Q$  los límites mínimo y máximo del índice  $q$ , y  $2Q+1$  la cantidad total de ecuaciones del sistema de ecuaciones. En este caso cada término es independiente, lo que conlleva a una solución directa del problema, pero más adelante veremos que puede haber interacción entre términos de distinto índice  $q$ .

En las figuras 3.1 y 3.2 puede verse el campo de presiones dispersado  $P_{sc}$  y total  $P_{tot}$ ,

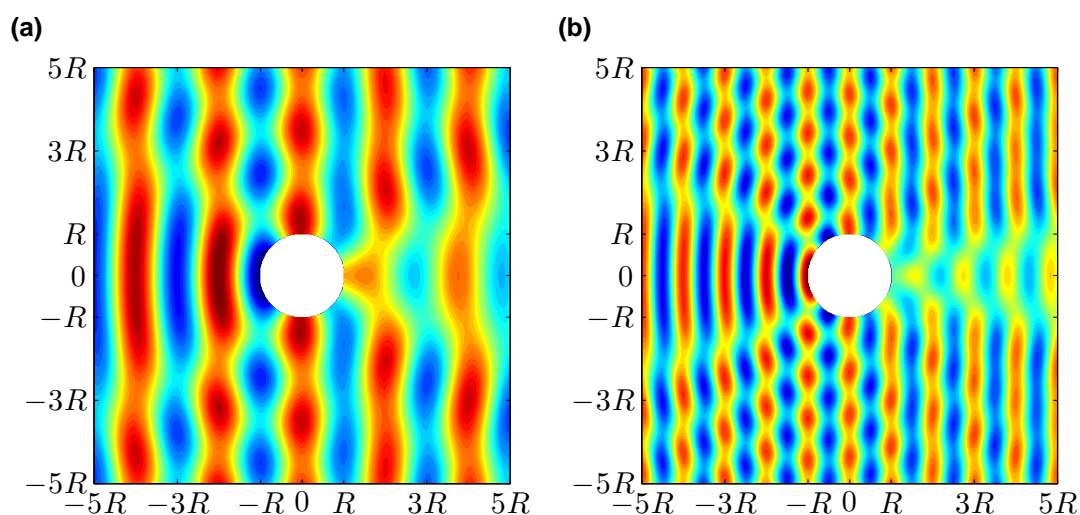
---

<sup>3</sup>En inglés *T matrix* de *transmission matrix*

respectivamente, para una onda plana incidente con ángulo de incidencia  $\theta_0 = 0$  y longitud de onda a)  $\lambda = 2R$  y b)  $\lambda = R$  al encontrarse como obstáculo un cilindro rígido de radio  $R$ . Resulta interesante que amplitudes grandes del campo dispersado no necesariamente se corresponden con grandes amplitudes del campo total. De hecho, para obtener bajas amplitudes del campo total, el campo dispersado debe ser máximo pero con fase opuesta a la del campo incidente. Esto puede verse en la sombra acústica del cilindro.



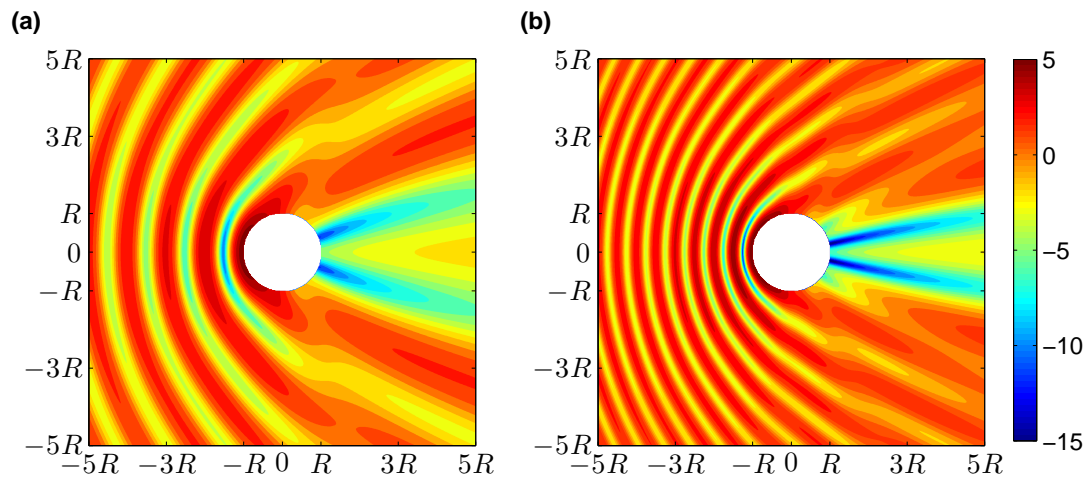
**Figura 3.1:** Campo de presiones dispersado  $P_{sc}$  por un cilindro rígido de radio  $R$  al incidir en él una onda plana con  $\theta_0 = 0$  y con longitud de onda a)  $\lambda = 2R$  y b)  $\lambda = R$ .



**Figura 3.2:** Campo de presiones total  $P_{tot}$  por un cilindro rígido de radio  $R$  al incidir en él una onda plana con  $\theta_0 = 0$  y con longitud de onda a)  $\lambda = 2R$  y b)  $\lambda = R$ .

Finalmente, en la figura 3.3 se muestra la intensidad en dB del campo total para los mismos

campos incidentes descritos anteriormente. Debido a la simetría cilíndrica, el resultado de este problema no es sensible al ángulo de incidencia de la onda plana.



**Figura 3.3:** Intensidad en dB del campo acústico de una onda plana incidiendo con un ángulo  $\theta_0 = 0$  y con longitud de onda a)  $\lambda = 2R$  y b)  $\lambda = R$  al encontrarse como obstáculo un cilindro rígido de radio  $R$ .

**Cilindro blando** Un cilindro blando se refiere a una situación equivalente a tener una 'ventana cilíndrica' a presión atmosférica y, por lo tanto, la condición de borde puede expresarse como una condición de Dirichlet en el campo de presiones de la siguiente forma:

$$P_{tot} = 0 \quad \text{en } S, \quad (3.40)$$

que en coordenadas polares y para un cilindro de radio  $R$  se escribe como:

$$P_{tot}(r = R) = 0. \quad (3.41)$$

Para obtener la matriz T se opera de forma análoga al caso del cilindro rígido, reemplazando la  $P_{tot}$  en la condición de borde,

$$\left( \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}) + \sum_{\mathbf{q}} \mathbf{A}_{\mathbf{q}} \Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}) \right) \Big|_{r=R} = 0 \quad (3.42)$$

$$\left( \sum_q B_q J_q(kr) e^{iq\theta} + A_q H_q(kr) e^{iq\theta} \right) \Big|_{r=R} = 0 \quad (3.43)$$

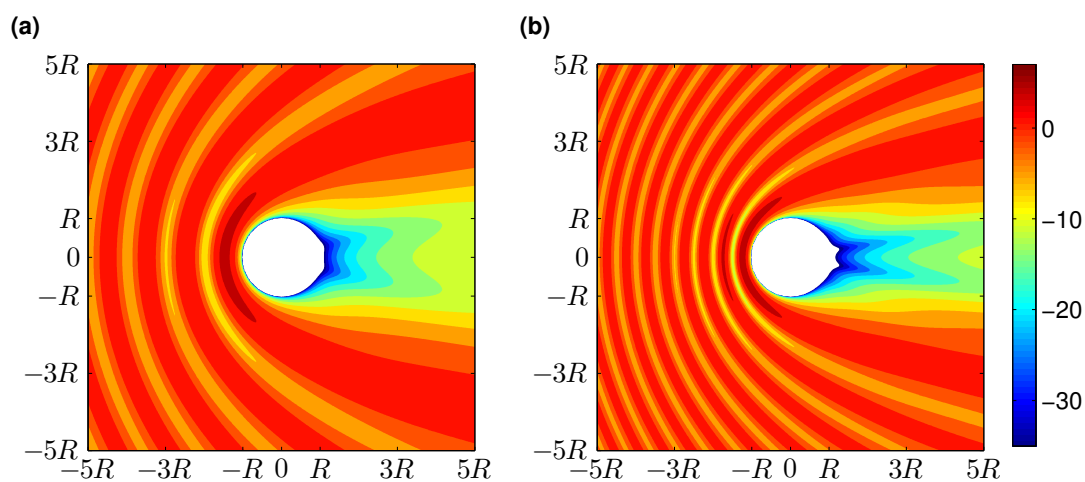
$$\sum_q (B_q J_q(kR) + A_q H_q(kR)) e^{iq\theta} = 0. \quad (3.44)$$

Entonces, este caso obtenemos una matriz  $T$  que tiene la siguiente forma:

$$T_q = -\frac{J_q(kR)}{H_q(kR)}. \quad (3.45)$$

En la figura 3.4 se muestra la intensidad en dB del campo acústico de una onda plana incidiendo con un ángulo  $\theta_0 = 0$  y longitud de onda a)  $\lambda = 2R$  y b)  $\lambda = R$  al encontrarse como obstáculo un cilindro blando de radio  $R$ . Puede verse que el resultado difiere del caso de cilindro rígido ya que la presión está forzada por la condición de Dirichlet a valer cero en el contorno del cilindro.

Resulta muy difícil obtener un cilindro de este tipo cuando el medio externo es aire (debido a su baja impedancia), en cambio, la situación intermedia entre la condición de cilindro rígido y blando, más fácil de obtener en la práctica, será desarrollada a continuación.



**Figura 3.4:** Intensidad en dB del campo acústico de una onda plana incidiendo con un ángulo  $\theta_0 = 0$  y con longitud de onda a)  $\lambda = 2R$  y b)  $\lambda = R$  al encontrarse como obstáculo un cilindro blando de radio  $R$ .

**Cilindro penetrable** Que un cilindro sea penetrable significa que parte de la energía de la onda incidente excita un campo de presiones dentro del cilindro, algo que en las dos condiciones de borde anteriores no había sido considerado. Por ello, es necesario definir las propiedades del material del cilindro ( $K_{cil}$  y  $\rho_{cil}$ ) y expresar el campo de presiones dentro del mismo.

En este caso la expresión matemática de la condición de borde resulta más compleja ya que se trata de una condición de borde mixta sobre el campo de presiones y su derivada:

$$P^b = P^{cil} \text{ en } S \quad (3.46)$$

$$\frac{1}{\rho_b} \left( \frac{\partial P^b}{\partial \mathbf{n}} \right) = \frac{1}{\rho_{cil}} \left( \frac{\partial P^{cil}}{\partial \mathbf{n}} \right) \text{ en } S \quad (3.47)$$

donde  $P_{tot}$  es la presión del fluido y  $P^{cil}$  es el campo de presiones dentro del cilindro. El campo  $P^{cil}$  también debe cumplir con la ecuación de Helmholtz dentro del cilindro ( $(\nabla^2 + k_q^2) P^{cil} = 0$ ), y puede ser escrito como:

$$P^{cil} = \sum_q C_q \Psi(\mathbf{r}). \quad (3.48)$$

Primero desarrollaremos la condición sobre el campo de presiones, reemplazando las ecuaciones 3.1 y 3.48 en 3.46 se obtiene,

$$\sum_q (A_q \Phi(\mathbf{r}) + B_q \Psi(\mathbf{r}) - C_q \Psi(\mathbf{r})) \Big|_{r=R} = 0 \quad (3.49)$$

$$\sum_q \left( A_q H_q(k_0 R) e^{iq\theta} + B_q J_q(k_0 R) e^{iq\theta} - C_q J_q(k_{cil} R) e^{iq\theta} \right) = 0. \quad (3.50)$$

Debido a la ortogonalidad de las funciones de onda, cada término de la sumatoria debe ser igual a cero,

$$A_q H_q(k_0 R) + B_q J_q(k_0 R) - C_q J_q(k_{cil} R) = 0. \quad (3.51)$$

Y despejando  $C_q$  obtenemos,

$$C_q = [A_q H_q(k_0 R) + B_q J_q(k_0 R)] \frac{1}{J_q(k_{cil} R)}. \quad (3.52)$$

Ahora desarrollaremos la condición sobre la derivada del campo de presiones reemplazando las ecuaciones 3.1 y 3.48 en 3.47 de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \sum_q \left( \frac{1}{\rho_0} A_q \Phi(\mathbf{r}) + \frac{1}{\rho_0} B_q \Psi(\mathbf{r}) - \frac{1}{\rho_1} C_q \Psi(\mathbf{r}) \right) \right]_{r=R} = 0 \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \sum_q \left( \frac{1}{\rho_0} A_q H_q(k_0 r) e^{iq\theta} + \frac{1}{\rho_0} B_q J_q(k_0 r) e^{iq\theta} - \frac{1}{\rho_1} C_q J_q(k_{cil} r) e^{iq\theta} \right) \right]_{r=R} = 0 \quad (3.54)$$

$$\sum_q \left( \frac{1}{\rho_0} A_q k_0 H'_q(k_0 R) e^{iq\theta} + \frac{1}{\rho_0} B_q k_0 J'_q(k_0 R) e^{iq\theta} - \frac{1}{\rho_1} C_q k_1 J'_q(k_{cil} R) e^{iq\theta} \right) = 0. \quad (3.55)$$

Nuevamente los términos de la sumatoria deben ser individualmente iguales a cero

$$\frac{1}{\rho_0} A_q H'_q(k_0 R) + \frac{1}{\rho_0} B_q J'_q(k_0 R) - \frac{1}{\rho_1} C_q k_{cil} J'_q(k_1 R) = 0. \quad (3.56)$$

Y despejando  $C_q$  obtenemos,

$$C_q = (A_q k_0 H'_q(k_0 R) + B_q k_0 J'_q(k_0 R)) \frac{\rho_1 k_0}{\rho_0 k_1} \frac{1}{J'_q(k_{cil} R)}. \quad (3.57)$$

Donde es posible reemplazar  $\frac{\rho_{cil} k_0}{\rho_0 k_{cil}} = \frac{\rho_{cil} \omega_0 / c_0}{\rho_0 \omega_{cil} / c_{cil}} = \frac{\rho_{cil} c_{cil}}{\rho_0 c_0} = \frac{Z_{cil}}{Z_0}$ , siendo  $Z_n = \rho_n c_n$  la impedancia acústica del medio  $n$ . Ahora, igualando las expresiones obtenidas en 3.52 y 3.57 obtenemos,

$$A_q J_q(k_0 R) + B_q H_q(k_0 R) - \beta_q (A_q J'_q(k_0 R) + B_q H'_q(k_0 R)) = 0, \quad (3.58)$$

donde

$$\beta_q = \frac{Z_{cil} J_q(k_{cil} R)}{Z_0 J'_q(k_{cil} R)}. \quad (3.59)$$

Finalmente, la matriz T para el cilindro penetrable resulta:

$$T_q = - \left( \frac{J_q(k_0 R) - \beta_q J'_q(k_0 R)}{H_q(k_0 R) - \beta_q H'_q(k_0 R)} \right). \quad (3.60)$$

El caso del cilindro penetrable es el caso general del cual las condiciones de borde de cilindro rígido y blando son casos extremos. Correspondiendo la condición de cilindro rígido a  $\rho_{cil} c_{cil} \rightarrow \infty$  y la condición de cilindro blando a  $\rho_{cil} c_{cil} = 0$ .

### § 3.2 SCATTERING DE DOS CILINDROS

Ahora consideraremos el caso de dos cilindros paralelos ( $\alpha$  y  $\beta$ ) de radio  $R$  y ubicados en  $\mathbf{R}_\alpha$  y  $\mathbf{R}_\beta$ . En este caso, el campo total está compuesto por la suma del campo incidente más los campos dispersados por ambos cilindros de la siguiente forma:

$$P_{tot} = P_{inc} + (P_{sc})_\alpha + (P_{sc})_\beta \quad (3.61)$$

$$P_{tot} = \sum_q B_q \Psi_q(\mathbf{r}) + \sum_q A_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha) + \sum_q A_q^\beta \Phi_q(\mathbf{r}_\beta), \quad (3.62)$$

donde  $A_q^\alpha$  y  $A_q^\beta$  son los coeficientes de la expansión en funciones de Hankel del campo dispersado por los cilindros  $\alpha$  y  $\beta$  respectivamente.

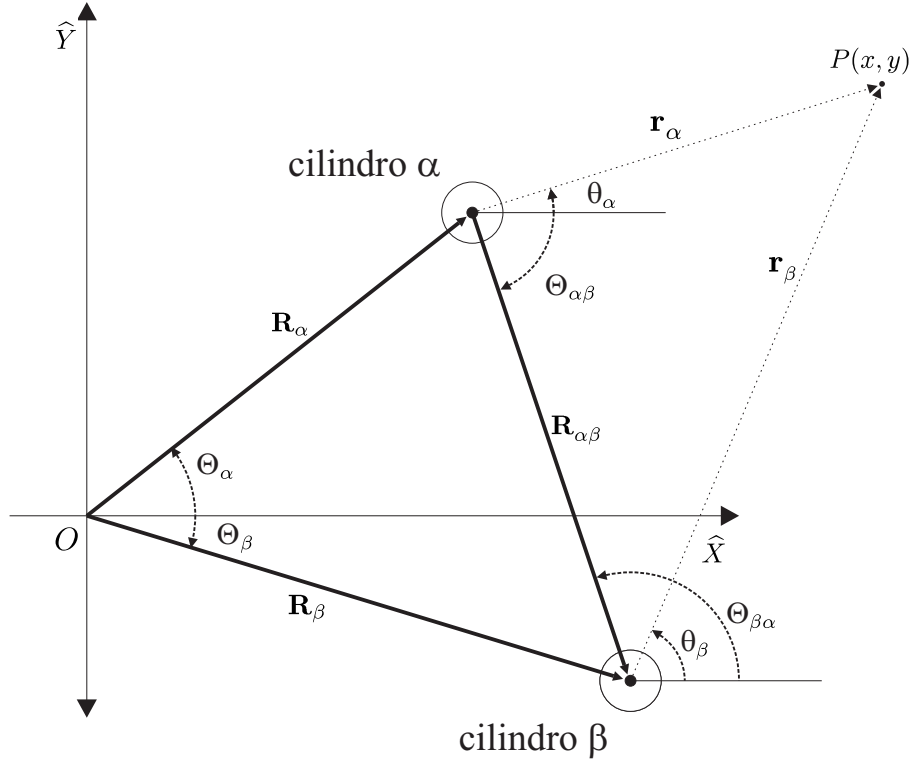
En la figura 3.5 se dan las definiciones geométricas de los vectores de posición  $\mathbf{r}_\alpha = \mathbf{r} - \mathbf{R}_\alpha$  y  $\mathbf{r}_\beta = \mathbf{r} - \mathbf{R}_\beta$  referidos al cilindro  $\alpha$  y  $\beta$  respectivamente, así como el vector diferencia entre las posiciones de los cilindros  $\mathbf{R}_{\alpha\beta} (= \mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_\beta)$ .

La principal complicación de agregar cilindros a nuestro problema es que el campo dispersado de cada cilindro tiene que estar expresado con respecto a distintos sistemas de coordenadas. Por lo tanto, para referenciar todas las magnitudes al mismo sistema y poder así resolver el problema, debemos realizar un cambio de coordenadas en los campos dispersados. Esta transformación se realiza utilizando nuevamente el teorema de adición de Graf para un desplazamiento del origen de coordenadas  $\mathbf{R}_{\alpha\beta} = \mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_\beta$ . Partiendo de la ecuación 3.20 el objetivo es expresar  $\Phi_q(\mathbf{r}_\beta)$  en función del sistema de coordenadas del cilindro  $\alpha$ . En este caso,  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_\beta = (r_\beta, \theta_\beta)$ ,  $\mathbf{r}_l = \mathbf{r}_\alpha = (r_\alpha, \theta_\alpha)$ , y el vector que une los orígenes es  $\mathbf{R}_{jl} = \mathbf{R}_{\beta\alpha} = (R_{\beta\alpha}, \Theta_{\beta\alpha})$ . El resultado que se obtiene es el mismo que el derivado en la ecuación 3.24 y puede escribirse como:

$$H_q(kr_\beta)e^{iq\theta_\beta} = \sum_s H_{q-s}(kR_{\beta\alpha})e^{i(q-s)\Theta_{\beta\alpha}} J_s(kr_\alpha)e^{is\theta_\alpha}. \quad (3.63)$$

Para llevar la notación a  $R_{\alpha\beta}$  y  $\Theta_{\alpha\beta}$ , utilizaremos las igualdades  $R_{\alpha\beta} = R_{\beta\alpha}$  y  $\Theta_{\beta\alpha} = \pi - \Theta_{\alpha\beta}$  (ver figura 3.5), lo que, luego de operar algebraicamente nos da como resultado:

$$H_q(kr_\beta)e^{iq\theta_\beta} = \sum_s H_{s-q}(kR_{\alpha\beta})e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} J_s(kr_\alpha)e^{is\theta_\alpha}. \quad (3.64)$$



**Figura 3.5:** Definiciones geométricas dos cilindros ( $\alpha$  y  $\beta$ ), utilizada para los cálculos con el método de scattering múltiple de 2 y  $n$  cilindros. Los vectores posición de los cilindros  $\alpha$  y  $\beta$  se definen como  $\mathbf{R}_\alpha = (R_\alpha, \Theta_\alpha)$  y  $\mathbf{R}_\beta = (R_\beta, \Theta_\beta)$ . El vector diferencia los cilindros  $\alpha$  y  $\beta$  se define como  $\mathbf{R}_{\alpha\beta} = (R_{\alpha\beta}, \Theta_{\alpha\beta})$ . La posición del punto de evaluación  $P(x, y)$  relativa a los cilindros  $\alpha$  y  $\beta$  se define como  $\mathbf{r}_\alpha = (r_\alpha, \theta_\alpha)$  y  $\mathbf{r}_\beta = (r_\beta, \theta_\beta)$ .

que en notación compacta resulta:

$$\Phi_q(\mathbf{r}_\beta) = \sum_s H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \Psi_s(\mathbf{r}_\alpha). \quad (3.65)$$

Teniendo en cuenta esta transformación, es posible reescribir el campo de presiones  $P_{tot}$  referenciando la onda incidente y los campos dispersados por ambos cilindros a un único sistema de coordenadas. De esta forma, puede escribirse el campo total con respecto al sistema de coordenadas correspondiente a cada cilindro:

$$P_{tot}(\mathbf{r}_\alpha) = \sum_q \left[ B_q^\alpha \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) + A_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha) + A_q^\beta \sum_s H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \Psi_s(\mathbf{r}_\alpha) \right] \quad (3.66)$$

$$P_{tot}(\mathbf{r}_\beta) = \sum_q \left[ B_q^\beta \Psi_q(\mathbf{r}_\beta) + A_q^\alpha \sum_s H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \Psi_s(\mathbf{r}_\beta) + A_q^\beta \Phi_q(\mathbf{r}_\beta) \right], \quad (3.67)$$

donde la sumatoria interna puede reescribirse para obtener todas las funciones de Bessel y Hankel del mismo orden:

$$P_{tot}(\mathbf{r}_\alpha) = \sum_q \left[ B_q^\alpha \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) + A_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha) + \Psi_s(\mathbf{r}_\alpha) \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \right] \quad (3.68)$$

$$P_{tot}(\mathbf{r}_\beta) = \sum_q \left[ B_q^\beta \Psi_q(\mathbf{r}_\beta) + \Psi_s(\mathbf{r}_\beta) \sum_s A_s^\alpha H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} + A_q^\beta \Phi_q(\mathbf{r}_\beta) \right]. \quad (3.69)$$

Para resolver el problema sólo resta aplicar las condiciones de borde a las ecuaciones 3.68 y 3.69 y obtener la relación entre los coeficientes del campo incidente y el campo dispersado. En este caso sólo analizaremos la condición de borde de cilindros rígidos a partir de la cual obtendremos un sistema de ecuaciones general en función de la matriz T.

**Dos cilindros rígidos** En este caso, al igual que para un cilindro rígido, la condición que debe cumplirse es que la derivada en la dirección normal del campo de presiones en el contorno de cada cilindro sea igual a cero, o:

$$\frac{\partial P_{tot}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{en } S_\alpha \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial P_{tot}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{en } S_\beta, \quad (3.71)$$

que reescrito en el sistema de coordenadas relativo a cada cilindro resulta:

$$\left. \frac{\partial P_{tot}(\mathbf{r}_\alpha)}{\partial r_\alpha} \right|_{r_\alpha=R_\alpha} = 0 \quad (3.72)$$

$$\left. \frac{\partial P_{tot}(\mathbf{r}_\beta)}{\partial r_\beta} \right|_{r_\beta=R_\beta} = 0. \quad (3.73)$$

A continuación desarrollaremos la condición de borde para el cilindro  $\alpha$  operando de la misma forma que en la sección anterior. Comenzaremos reemplazando la expresión 3.68 en la condición de borde del cilindro  $\alpha$  (ecuación 3.72),

$$\frac{\partial}{\partial r_\alpha} \left[ \sum_q \left( B_q^\alpha \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) + A_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha) + \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \right) \right]_{r_\alpha=R_\alpha} = 0, \quad (3.74)$$

$$\sum_q \frac{\partial}{\partial r_\alpha} \left( B_q^\alpha \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) + A_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha) + \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \right)_{r_\alpha=R_\alpha} = 0, \quad (3.75)$$

que al desarrollar las  $\Psi$  y  $\Phi$  en funciones de Bessel y Hankel puede reescribirse como:

$$\sum_q \frac{\partial}{\partial r_\alpha} \left( B_q^\alpha J_q(kr_\alpha) e^{iq\theta_\alpha} + A_q^\alpha H_q(kr_\alpha) e^{iq\theta_\alpha} + J_q(kr_\alpha) e^{iq\theta_\alpha} \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \right)_{r_\alpha=R_\alpha} = 0. \quad (3.76)$$

Luego, como todas las exponenciales son ortogonales, cada sumando debe ser individualmente igual a cero,

$$\frac{\partial}{\partial r_\alpha} \left( B_q^\alpha J_q(kr_\alpha) + A_q^\alpha H_q(kr_\alpha) + J_q(kr_\alpha) \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} \right)_{r_\alpha=R_\alpha} = 0. \quad (3.77)$$

Y aplicando la derivada con respecto a  $r_\alpha$  se obtiene:

$$B_q^\alpha J'_q(kR_\alpha) + A_q^\alpha H'_q(kR_\alpha) + J'_q(kR_\alpha) \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} = 0, \quad (3.78)$$

donde  $H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}}$  depende sólo de  $q$ ,  $s$ , la posición relativa entre los cilindros  $(R_{\alpha\beta}, \Theta_{\alpha\beta})$  y no de las coordenadas  $(r_\alpha, \theta_\alpha)$ .

Para poner el sistema de ecuaciones en función de la matriz  $\mathbf{T}$ , multiplicamos cada termino por  $-\frac{1}{H'_q(kR_\alpha)}$ ,

$$B_q^\alpha \left[ -\frac{J'_q(kR_\alpha)}{H'_q(kR_\alpha)} \right] + A_q^\alpha \left[ -\frac{H'_q(kR_\alpha)}{H'_q(kR_\alpha)} \right] + \left[ -\frac{J'_q(kR_\alpha)}{H'_q(kR_\alpha)} \right] \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} = 0. \quad (3.79)$$

que de acuerdo con la definición de matriz  $\mathbf{T}$  para cilindros rígidos (ecuación 3.45), la ecuación anterior puede ser reescrita como:

$$B_q^\alpha T_q - A_q^\alpha + T_q \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} = 0 \quad (3.80)$$

$$A_q^\alpha - T_q \sum_s A_s^\beta H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} = B_q^\alpha T_q. \quad (3.81)$$

Al haber obtenido una expresión del sistema de ecuaciones en función de la matriz  $T$ , esta expresión puede adaptarse a otras condiciones de borde simplemente utilizando la matriz  $T$  correspondiente al resultado obtenido para el caso de scattering de un cilindro.

La ecuación 3.81 es sólo parte del sistema de ecuaciones que debe ser resuelto para encontrar los  $A_q^\alpha$  y  $A_q^\beta$ . El resto de las ecuaciones que completan el sistema se obtienen operando de la misma forma para el cilindro  $\beta$ ,

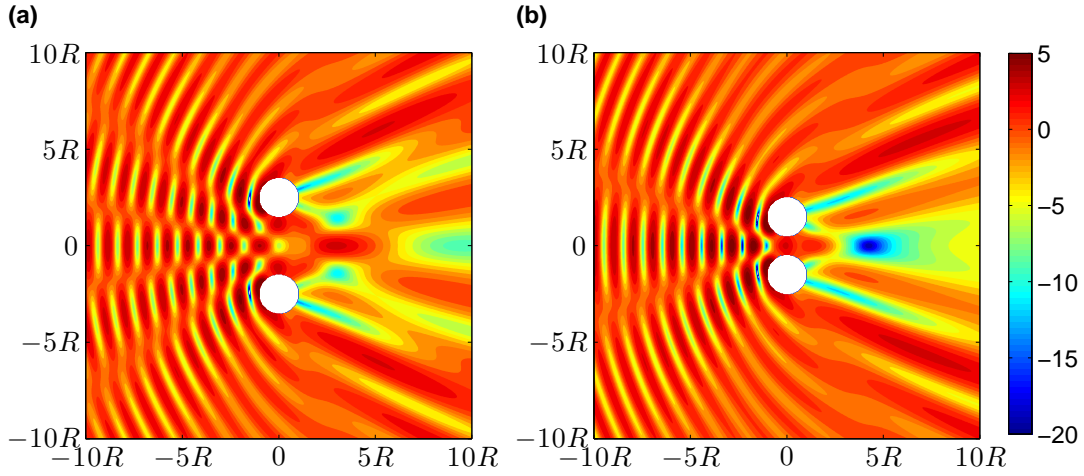
$$B_q^\beta J'_q(kR_\beta) + A_q^\beta H'_q(kR_\beta) + J'_q(kR_\beta) \sum_s A_s^\alpha H_{s-q}(R_{\alpha\beta}) e^{i(q-s)\Theta_{\alpha\beta}} = 0.. \quad (3.82)$$

Que también puede escribirse en función de la matriz  $T$  de la siguiente forma:

$$A_q^\beta - T_q \sum_s A_s^\alpha H_{q-s}(R_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}} = B_q^\alpha T_q. \quad (3.83)$$

Esta ecuación completa el sistema de  $2(2Q + 1)$  ecuaciones que deben ser resueltos para obtener los coeficientes del campo dispersado. Una vez obtenidos se calcula el campo total  $P_{tot}$  simplemente reemplazando los valores hallados para los coeficientes  $A_q^\alpha$  y  $A_q^\beta$  en la ecuación 3.62.

En la figuras 3.6 puede verse la intensidad en  $dB$  del campo de presiones total  $P_{tot}$  para una onda plana incidente con ángulo de incidencia  $\theta_0 = 0$  y de longitud de onda  $\lambda = 2R$ . Los cilindros se encuentran alineados horizontalmente y la separación vertical entre los centros de los cilindros es de a)  $5R$  y b)  $3R$ . En la sección 3.1 se vio como el campo dispersado es sensible a la longitud de onda de la onda incidente, mientras que en esta figura se pretende ejemplificar la influencia de la posición relativa entre dispersores en el campo dispersado, para mismo radio de cilindros y longitud de onda.



**Figura 3.6:** *Scattering de una onda plana incidiendo con un ángulo  $\theta_0 = 0$  y longitud de onda  $\lambda = 2R$  al encontrarse como obstáculo dos cilindros rígidos de radio  $R$ . Los cilindros se encuentran alineados horizontalmente y con una separación vertical entre los centros de los cilindros de a)  $5R$  y b)  $3R$ .*

### § 3.3 SCATTERING DE $n$ CILINDROS. EL MÉTODO DE SCATTERING MÚLTIPLE (MST<sup>4</sup>)

El desarrollo del problema de scattering de dos cilindros puede extenderse a una forma general de  $n$  cilindros arbitrariamente ubicados en el dominio. Para esto comenzaremos expresando el campo dispersado total, que en este caso es la suma del campo dispersado por cada uno de los  $n$  cilindros:

$$P^{sc}(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha} \sum_q A_q^{\alpha} \Phi_q(\mathbf{r}_{\alpha}) \quad (3.84)$$

siendo  $\alpha$  el subíndice utilizado para indexar todos los cilindros. Entonces, para obtener el campo acústico total, lo que se debe determinar son los coeficientes de scattering de todos los cilindros, es decir, los  $(A_{\alpha})_q$ .

Por otro lado, el campo incidente del cilindro  $\alpha$ -ésimo es la suma del campo incidente total visto por el cilindro  $\alpha$  ( $B_q^{\alpha}$ ) más el campo dispersado por el resto de los cilindros  $\beta$ , con  $\beta \neq \alpha$ . El mismo puede ser expresado de forma general como una combinación lineal de funciones de Bessel:

<sup>4</sup>Del inglés *Multiple Scattering Theory*

$$P^{inc}(\mathbf{r}_\alpha) = \sum_{\alpha} \sum_q D_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha), \quad (3.85)$$

donde  $D_q^\alpha$  es una combinación de  $B_q^\alpha$  y los  $A_q^\beta$  para  $\beta \neq \alpha$ .

Los coeficientes del campo que incide en el cilindro  $\alpha$  ( $D_q^\alpha$ ) se relacionan con los coeficientes del campo dispersado por ese cilindro ( $A_q^\alpha$ ) por medio la matriz T del cilindro  $\alpha$ -ésimo de la siguiente forma:

$$A_q^\alpha = T_q^\alpha D_q^\alpha. \quad (3.86)$$

Al igual que en el problema de scattering de dos cilindros, las matrices T que se utilizarán para resolver el sistema de ecuaciones son las obtenidas para cada condición de borde en el scattering de un cilindro.

Utilizando nuevamente el teorema de adición de Graf, el campo dispersado por los cilindros  $\beta$  puede ser expresado con respecto al sistema de coordenadas del cilindro  $\alpha$ . Naturalmente, la expresión del campo dispersado resulta equivalente a la de dos cilindros sólo que extendida en una sumatoria sobre los cilindros  $\beta \neq \alpha$ ,

$$P_{inc}(\mathbf{r}_\alpha) = \sum_q \left( B_q^\alpha \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha} \sum_s A_s^\beta H_{q-s}(kr_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}} \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha) \right) \quad (3.87)$$

$$P_{inc}(\mathbf{r}_\alpha) = \left[ \sum_q \left( B_q^\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} \sum_s A_s^\beta H_{q-s}(kr_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}} \right) \right] \Psi_q(\mathbf{r}_\alpha), \quad (3.88)$$

donde los coeficientes  $B_q^\alpha$  corresponden a la expansión en funciones de Bessel del campo incidente con respecto al sistema de coordenadas centrado en el cilindro  $\alpha$ -ésimo.

Igualando las ecuaciones 3.85 y 3.88 se obtiene una igualdad entre dos expansiones en funciones de Bessel ( $\Psi_q(\mathbf{r}_\alpha)$ ):

$$D_q^\alpha = B_q^\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} A_s^\beta H_{q-s}(kr_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}} \quad (3.89)$$

$$T_q^\alpha D_q^\alpha = T_q^\alpha \left( B_q^\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} A_s^\beta H_{q-s}(kr_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}} \right), \quad (3.90)$$

luego, reemplazando de acuerdo a la ecuación 3.45 y distribuyendo  $T_q^\alpha$  se obtiene:

$$A_q^\alpha = T_q^\alpha B_q^\alpha + T_q^\alpha \sum_{\beta \neq \alpha} A_s^\beta H_{q-s}(k\mathbf{r}_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}}. \quad (3.91)$$

Finalmente, reordenando los términos, obtenemos el sistema de ecuaciones que relaciona los coeficientes  $A_q^\alpha$  de todos los cilindros entre si y con los coeficientes del campo incidente  $B_q^\alpha$ :

$$A_q^\alpha - \sum_s \sum_\beta (1 - \delta_{\alpha\beta}) T_q^\alpha A_s^\beta H_{q-s}(k\mathbf{r}_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}} = T_q^\alpha B_q^\alpha, \quad (3.92)$$

donde podemos definir un propagador que relaciona los coeficientes del campo dispersado por los cilindros  $\beta$  con los del cilindro  $\alpha$ ,  $G_{qs}^{\alpha\beta}$ ,

$$G_{qs}^{\alpha\beta} = (1 - \delta_{\alpha\beta}) T_q^\alpha H_{q-s}(k\mathbf{r}_{\alpha\beta}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}}, \quad (3.93)$$

para reescribir la ecuación 3.92 como:

$$A_q^\alpha - \sum_s \sum_\beta G_{qs}^{\alpha\beta} A_s^\beta = T_q^\alpha B_q^\alpha. \quad (3.94)$$

Esta expresión describe el sistema de  $n(2Q + 1)$  ecuaciones para obtener los  $A_q^\alpha$  del campo dispersado por cada cilindro  $\alpha$ -ésimo. Puede verse que el sistema de ecuaciones obtenido en 3.92 es similar al obtenido para el scattering de dos cilindros en 3.83 pero expandido a  $n$  cilindros con la sumatoria sobre  $\beta$  ( $\sum_\beta$ ).

Una vez obtenidos los coeficientes del campo dispersado, puede calcularse el campo total de presiones como:

$$P_{tot}(\mathbf{r}) = P_{inc}(\mathbf{r}) + \sum_\alpha \sum_q A_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha). \quad (3.95)$$

Donde el campo incidente puede ser escrito como una expansión en funciones de Bessel tal como se desarrolló en 3.1.1

$$P_{tot}(\mathbf{r}) = \sum_q B_q \Psi(\mathbf{r}) + \sum_\alpha \sum_q A_q^\alpha \Phi_q(\mathbf{r}_\alpha). \quad (3.96)$$

En las figuras 3.7 a) y b) puede verse la intensidad en  $dB$  del campo acústico de una onda plana incidiendo con un ángulo  $\theta_0 = 0$  en un cristal sónico de red cuadrada de 5X9 cilindros de

radio  $R$  y parámetro de red  $a = 2,5R$ . La longitud de onda de la onda incidente es a)  $\lambda = 4a$  y b)  $\lambda = 1,81a$ . La primera longitud de onda corresponde a  $\frac{a}{\lambda} = 0,25$  que, de acuerdo con el diagrama de bandas de la figura 2.4, corresponde a una banda de transmisión para esta configuración, mientras que en el segundo caso corresponde a  $\frac{a}{\lambda} = 0,55$  que es una banda prohibida (contenida en el BG total) de la estructura cristalina. Esto se refleja en la intensidad del campo acústico a la derecha del CS ya que en el segundo caso la sombra acústica (disminución de la intensidad debida al obstáculo) es mucho más notoria que en el primero. Si bien el diagrama de bandas nos dice que una onda plana de la longitud de onda como la de la figura 3.7 b) *NO* puede propagarse dentro del CS, esto es sólo cierto cuando la estructura es infinita. Como nuestro CS no es de espesor infinito cierta energía lo atraviesa debido a que las ondas evanescentes no llegan a atenuarse completamente. Por otro lado, al ser el ancho del módulo finito, hay energía que por difracción disminuye el efecto de la sombra acústica (este efecto disminuye al aumentar la frecuencia).

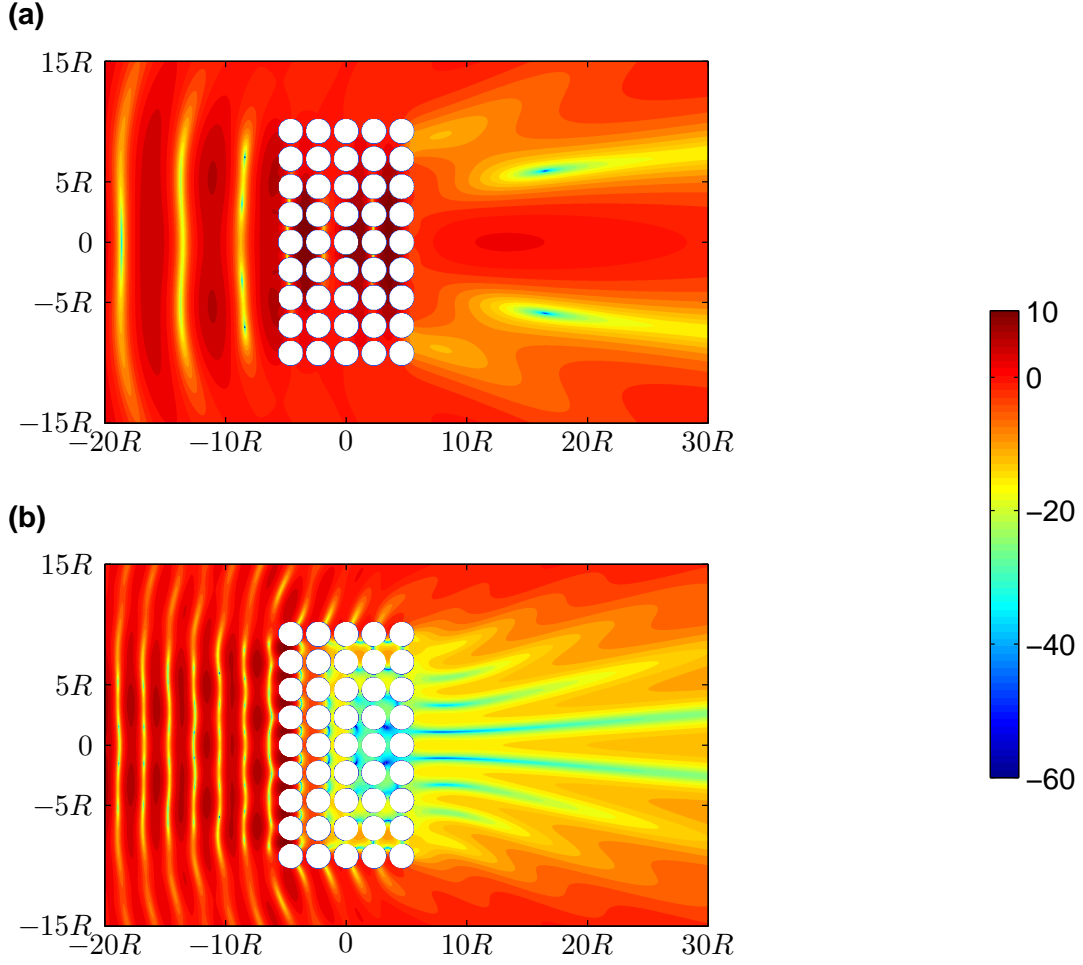
### § 3.4 MÉTODO DE SCATTERING MÚLTIPLE PARA LÍNEAS INFINITAS DE CILINDROS

Parte de los resultados que se presentarán en esta tesis necesitan una medida de la reflexión y transmisión de las ondas a través de un CS formado por filas infinitas de cilindros. Esto se obtiene extendiendo el método de MST para una onda plana incidiendo en una pared de largo infinito y sumando las contribuciones de cada sección de la misma como se desarrollará a continuación.

Comenzaremos con algunas definiciones geométricas para una línea infinita de cilindros. En la figura 3.8 se encuentra representada una porción de la pared de CS para el caso de una red cuadrada con parámetro de red  $a$  y cilindros de radio con  $R$ . Las filas de cilindros son infinitas en la dirección  $\hat{\mathbf{Y}}^5$ , y el campo incidente es una onda plana con vector de onda  $\mathbf{k}_0 = k(\cos \theta_0, \sin \theta_0)$  formando un ángulo  $\theta_0 \in [-\pi/2, \pi/2]$  con la parte positiva del eje  $\hat{\mathbf{X}}$  (normal a la pared).

Las posiciones de los cilindros se expresarán como una suma de la posición del cilindro central de la fila más la posición relativa dentro de la fila. Por ejemplo, el vector posición para el cilindro  $\alpha$  perteneciente a la fila  $l$  se define como:

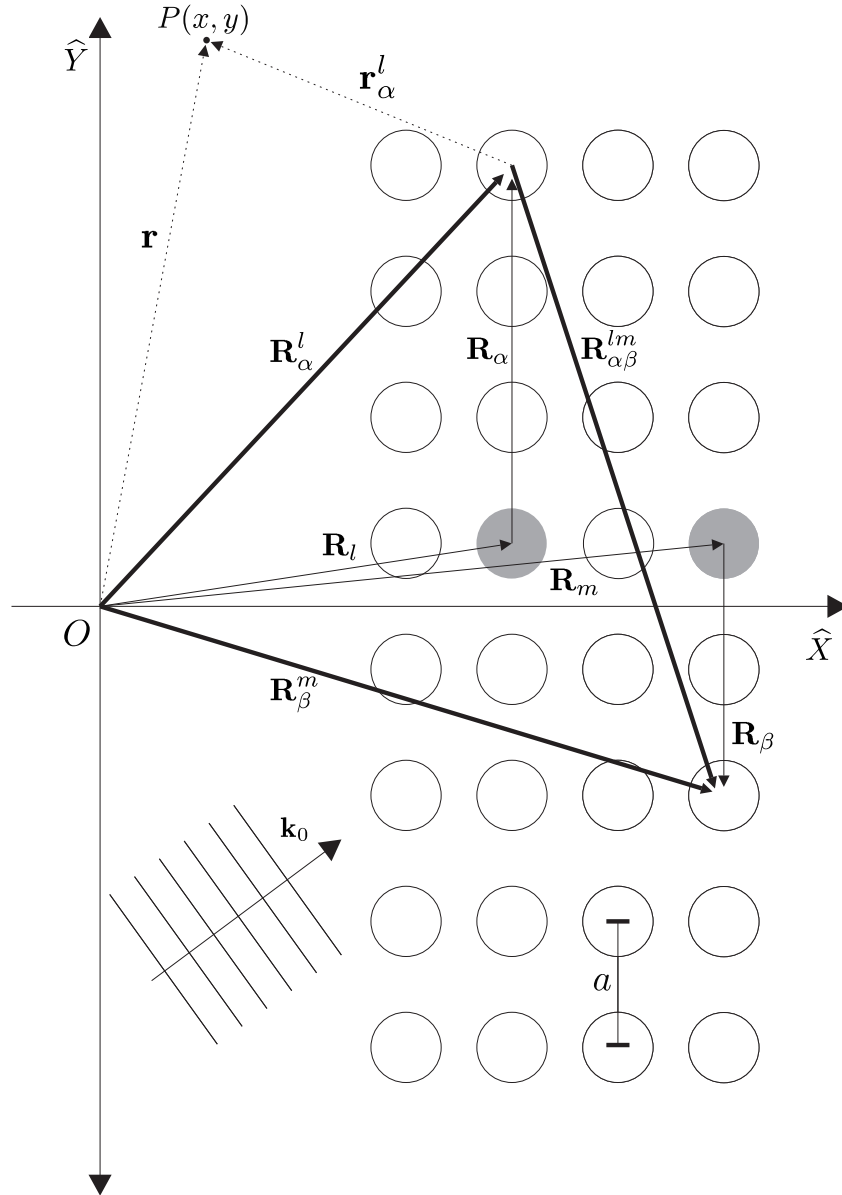
<sup>5</sup>Para ejes relativos a la pared utilizaremos vectores unitarios en mayúsculas.



**Figura 3.7:** Intensidad en dB del campo acústico de una onda plana incidiendo con un ángulo  $\theta_0 = 0$  en un cristal sónico de red cuadrada de  $5 \times 9$  cilindros de radio  $R$  y parámetro  $a = 2,5R$ . La longitud de onda de la onda incidente es a)  $\lambda = 4a$  ( $\frac{a}{\lambda} = 0,25$ ) y b)  $\lambda = 1,81a$  ( $\frac{a}{\lambda} = 0,55$ ). La figura de arriba corresponde a una longitud de onda donde es posible la transmisión en la dirección normal mientras que en la figura de abajo, la longitud de onda corresponde a una banda prohibida total de la red.

$$\mathbf{R}_\alpha^l = \mathbf{R}_l + \mathbf{R}_\alpha = x_l \hat{\mathbf{x}} + (y_l + \alpha a) \hat{\mathbf{y}}, \quad (3.97)$$

donde  $\alpha$  puede variar desde  $-\infty$  a  $\infty$ , por tratarse de filas infinitas de cilindros. El vector  $\mathbf{R}_l = (x_l, y_l)$  define la posición del cilindro central de la fila, mientras que el vector  $\mathbf{R}_\alpha = (0, \alpha a)$  determina la posición relativa del cilindro  $\alpha$  con respecto al central. En la Figura 3.8 se muestra también el vector posición  $\mathbf{R}_\beta^m$  del cilindro  $\beta$  de la fila  $m$  y su distancia al cilindro  $\alpha$  de la fila  $l$ ,  $\mathbf{R}_{\alpha\beta}^{lm} = \mathbf{R}_\beta^m - \mathbf{R}_\alpha^l$ . El vector posición del punto de evaluación  $\mathbf{r}$  relativo al origen y relativo al cilindro  $\alpha$ -ésimo de la fila  $l$ -ésima se muestra en la figura como  $\mathbf{r}_\alpha^l$ . Los ángulos correspondientes a estos



**Figura 3.8:** Definiciones geométricas para una fila infinita de cilindros (pared de cristal sónico) con parámetro de red  $a$ , utilizada para los cálculos con el método de scattering múltiple de línea infinita. El vector posición del cilindro  $\alpha$  de la fila  $l$  se define como  $\mathbf{R}_\alpha^l = \mathbf{R}_l + \mathbf{R}_\alpha$ , donde  $\mathbf{R}_l = (x_l, y_l)$  es la posición del cilindro central de la fila y el vector  $\mathbf{R}_\alpha = (0, \alpha a)$  determina la posición relativa del cilindro  $\alpha$ ésimo con respecto al central. El vector diferencia entre el cilindro  $(\alpha, l)$  y el  $(\beta, m)$  se define como  $\mathbf{R}_{\alpha\beta}^{lm} = \mathbf{R}_\beta^m - \mathbf{R}_\alpha^l$ . La posición del punto de evaluación  $P(x, y)$  relativo al cilindro  $(\alpha, l)$  se define como  $\mathbf{r}_\alpha^l = \mathbf{r} - \mathbf{R}_\alpha^l$  donde  $\mathbf{r}$  es su posición relativa al origen. Finalmente,  $\mathbf{k}_0$  representa al vector de onda del campo incidente.

vectores posición se representan por la letra griega  $\theta$  con los mismos sub y superíndices. Por ejemplo,  $\theta_\alpha^l$  corresponde al ángulo formado por  $\mathbf{R}_\alpha^l$  y el eje  $\hat{\mathbf{X}}$  positivo.

Una vez presentadas las consideraciones geométricas del problema, pasaremos a la formu-

lación MST.

Para el caso de la pared infinita de CS, los dispersores se encuentran indexados por el número de fila  $l$  y el orden del cilindro dentro de la fila  $\alpha$ . Por lo tanto, el campo de presiones incidente total en el cilindro  $(\alpha, l)$ , en el sistema de coordenadas de los dispersores  $P_{\alpha l}^0(\mathbf{r}_\alpha^l)$ , se puede expresar en términos de funciones de Bessel de primer orden:

$$P_{\alpha l}^0(\mathbf{r}_\alpha^l) = \sum_q (B_\alpha^l)_q \Psi_q(\mathbf{k}\mathbf{r}_\alpha^l), \quad (3.98)$$

y el campo dispersado del mismo cilindro en el sistema de coordenadas central  $P_{\alpha l}^{SC}(\mathbf{r})$  puede ser expandido utilizando funciones de Hankel de primer orden:

$$P_{\alpha l}^{sc}(\mathbf{r}) = \sum_q (A_\alpha^l)_q \Phi_q(\mathbf{k}\mathbf{r}_\alpha^l). \quad (3.99)$$

Como en los casos anteriores, los coeficientes de la expansión del campo incidente y dispersado están relacionados por medio de la matriz T del cilindro,

$$(A_\alpha^l)_q = T_q (B_\alpha^l)_q, \quad (3.100)$$

que para el caso de un cilindro perfectamente rígido es:  $T_q = -J'_q(kR)/H'_q(kR)$ .

Utilizando nuevamente el teorema de adición de Graf, el campo total incidente en el cilindro  $(\alpha, l)$  puede también ser expresado como una suma del campo incidente externo (una onda plana  $P_{inc}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}}$ ) y el campo dispersado por los otros cilindros:

$$(P_0)_\alpha^l(\mathbf{r}_\alpha^l) = P^{inc}(\mathbf{r}_\alpha^l) + \sum_{(\beta, m) \neq (\alpha, l)} P_{\beta m}^{SC}(\mathbf{r}_\alpha^l) \quad (3.101)$$

$$P_{inc}(\mathbf{r}_\alpha^l) = \sum_q B_q e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}_\alpha^l} J_q(kr_\alpha^l) e^{iq\theta_\alpha^l} \quad (3.102)$$

$$(P_s c)_\beta^m(\mathbf{r}_\alpha^l) = \sum_q (A_\beta^m)_s H_{q-s}(kR_{\alpha\beta}^{lm}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}^{lm}} J_q(kr_\alpha^l) e^{iq\theta_\alpha^l} \quad (3.103)$$

donde los coeficientes  $B_q = i^q e^{-iq\theta_0}$  corresponden a la expansión en funciones de Bessel de la onda plana incidente (ver la ecuación 3.12). La sumatoria en el lado derecho de la ecuación 3.101 es sobre un número finito de filas indexadas con  $m$ , y sobre  $\beta$  variando entre  $-\infty$  y  $\infty$  (con la excepción de  $(\beta, m) = (\alpha, l)$ ).

Luego de multiplicar las ecuaciones 3.98 y 3.101-3.103 por  $T_q$ , utilizando la ecuación 3.100 e igualando los coeficientes de las expansiones, se obtiene la ecuación de MST para una pared infinita de CS[113, 135]:

$$(A_\alpha^l)_q - \sum_s \sum_m \sum_\beta (G_{\alpha\beta}^{lm})_{qs} (A_\beta^m)_s = T_q A_q^0 e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}_l} e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}_\alpha}, \quad (3.104)$$

donde  $(G_{\alpha\beta}^{lm})_{qs}$ , el propagador de  $(\beta, m)$  a  $(\alpha, l)$  se encuentra definido por:

$$(G_{\alpha\beta}^{lm})_{qs} = (1 - \delta_{\alpha\beta} \delta_{lm}) T_q H_{q-s} (k R_{\alpha\beta}^{lm}) e^{i(s-q)\Theta_{\alpha\beta}^{lm}}. \quad (3.105)$$

Como el campo incidente es una onda plana, el problema resulta simétrico con respecto a una traslación a lo largo de la dirección  $\hat{\mathbf{Y}}$ . Por este motivo,  $(G_{\alpha\beta}^{lm})_{qs} = (G_{0\beta-\alpha}^{lm})_{qs}$  y el campo dispersado del cilindro  $\alpha$  de la fila  $l$  difiere del campo dispersado del cilindro central de dicha fila sólo en un factor de fase:  $e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}_\alpha} = e^{i\alpha k \sin\theta_0}$ . Este factor puede ser eliminado multiplicando ambos lados de la ecuación 3.104 por  $e^{-i\alpha k \sin\theta_0}$ , escribiendo cada término de la suma múltiple como:

$$e^{-i\alpha k \sin\theta_0} (G_{\alpha\beta}^{lm})_{qs} (A_\beta^m)_s = (G_{\alpha\beta}^{lm})_{qs} e^{i(\beta-\alpha)k \sin\theta_0} e^{-i\beta k \sin\theta_0} (A_\beta^m)_s \quad (3.106)$$

y cambiando el índice de la sumatoria por  $\beta - \alpha$ . Entonces, reemplazando lo anterior, los términos  $(A_l)_q$  y  $(g_{lm})_{qs}$  pueden escribirse como:

$$(A_l)_q = e^{-i\alpha k \sin\theta_0} (A_\alpha^l)_q \quad (3.107)$$

$$(g_{lm})_{qs} = \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} (G_{0\beta}^{lm})_{qs} e^{i\beta k \sin\theta_0}, \quad (3.108)$$

y la ecuación 3.104 puede ser reescrita como:

$$(A_l)_q - \sum_s \sum_m (g_{lm})_{qs} (A_m)_s = T_q e^{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}_l} i^q e^{-iq\theta_0} \quad (3.109)$$

Como puede verse, la ecuación 3.109 es independiente de  $\alpha$  y  $\beta$  pero depende de  $l$  y  $m$ , es decir, se encuentra expresada en función del campo dispersado por las filas infinitas en lugar de los cilindros individuales. La matriz propagadora  $(g_{lm})_{qs}$  puede ser calculada utilizando las

ecuaciones 3.108 y 3.105, pero para mejorar la convergencia del cálculo numérico, la suma infinita en  $\beta$  puede ser expresada como una suma sobre los órdenes de difracción complejos de las filas[135].

La ecuación 3.109 resulta muy similar a la relación entre los coeficientes de scattering para  $n$  cilindros (ecuación 3.94). En el caso de la fila infinita los coeficientes del campo dispersado por los cilindros  $\alpha$  y  $\beta$  ( $A_q^\beta$  y  $A_s^\alpha$ ) son reemplazados por los del campo dispersado por la fila  $l$  y  $m$  ( $(A_m)_s$  y  $(A_l)_q$ ). El término de la derecha, que representa al campo incidente, se expresa en la ecuación 3.109 directamente como onda plana con un término de fase como se describió anteriormente.

Consideremos primero el caso cuando  $l \neq m$  donde el propagador entre filas puede ser reescrito como:

$$(g_{lm})_{qs} = T_q (-1)^{q-s} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} H_{s-q}(kR_{0\beta}^{lm}) e^{i(s-q)\Theta_{0\beta}^{lm}} e^{i\beta k a \sin\theta_0}. \quad (3.110)$$

El cálculo de suma sobre  $\beta$  puede llevarse a cabo comenzando por la representación integral de la función de Hankel:

$$H_{s-q}(kR_{0\beta}^{lm}) e^{i(s-q)\Theta_{0\beta}^{lm}} = \frac{i^{q-s}}{\pi} \int_C e^{i\mathbf{k}_\theta \cdot \mathbf{R}_{0\beta}^{lm}} e^{i(s-q)\theta} d\theta, \quad (3.111)$$

donde  $\mathbf{k}_\theta = k(\cos\theta, \sin\theta)$  y el camino de integración  $C$  es una línea desde  $\theta_i = i\infty - \pi/2$  ( $i\infty + \pi/2$ ) hasta  $\theta_f = -i\infty + \pi/2$  ( $-i\infty + 3\pi/2$ ) si  $m > l$  ( $m < l$ ). El vector posición puede ser reescrito como  $\mathbf{R}_{0\beta}^{lm} = \mathbf{R}_m - \mathbf{R}_l - \beta a \hat{y}$  y la suma sobre  $\beta$  puede ser reemplazada por su representación integral. De este modo, el propagador puede ser expresado como:

$$(g_{lm})_{qs} = T_q \frac{(-i)^{q-s}}{\pi} \int_C e^{i\mathbf{k}_\theta \cdot (\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_l)} e^{i(s-q)\theta} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} e^{i\beta k a \sin(\theta_0 - \theta)} d\theta, \quad (3.112)$$

y la suma infinita se transforma en un peine de Dirac,

$$\sum_{\beta=-\infty}^{\infty} e^{i\beta k a \sin(\theta_0 - \theta)} = \frac{2\pi}{ka} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta(\sin\theta_0 - \sin\theta - \frac{2\pi\nu}{ka}) \quad (3.113)$$

Luego de reemplazar  $t = \sin\theta$  y convertir la integral sobre el camino de integración  $C$  en una integral sobre el intervalo  $(-\infty, \infty)$ , el peine de Dirac puede ser integrado utilizando la siguiente expresión para el propagador[135]

$$(g_{lm})_{qs} = T_q \frac{2(-i)^{q-s}}{ka} \sum_{\nu} \frac{e^{i(q-s)\theta_{\nu}}}{|\cos \theta_{\nu}|} e^{i\mathbf{k}_{\nu}^{\pm} \cdot (\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_l)} \quad (3.114)$$

donde el subíndice  $\nu$  fue agregado a los valores integrados de  $\mathbf{k}$  y  $\theta$ . El vector de onda  $\mathbf{k}_{\nu}$  y el ángulo  $\theta_{\nu}$  son definidos a partir de:

$$\text{sen } \theta_{\nu} = \sin \theta_0 - \frac{2\pi\nu}{ka} \quad (3.115)$$

$$\cos \theta_{\nu} = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta_{\nu}} \quad (3.116)$$

$$\mathbf{k}_{\nu}^{\pm} = k(\cos \theta_{\nu}, \sin \theta_{\nu}), \quad (3.117)$$

donde un signo más (menos) en el superíndice corresponde al caso  $l > m$  ( $m > l$ ). Los detalles de la solución de esta suma infinita exceden el alcance esta tesis, pero para más detalle puede verse el apéndice A de [135], que es una adaptación de los resultados obtenidos en [138].

Para la ecuación 3.108 con  $l = m$ , la suma sobre  $\beta$  tiene que ser tomada excluyendo el caso  $\beta = 0$  y, por lo tanto, la fórmula de la ecuación 3.113 no puede ser aplicada. El vector posición y el ángulo, que son calculados para la misma fila, toman la siguiente forma:  $R_{0\beta}^l = \beta a$  y  $\theta_{0\beta}^l = \pm \pi/2$ , donde el signo es positivo para  $\beta$  negativo. Entonces el termino diagonal del propagador puede ser reescrito como:

$$(g_{ll})_{qs} = T_q (-1)^{q-s} \sum_{\beta \neq 0} H_{s-q}(\beta ka) i^{s-q} (-1)^{\beta/|\beta|} e^{i\beta k a \sin \theta_0} \quad (3.118)$$

$$= T_q (-i)^{s-q} \sum_{\beta=1}^{\infty} H_{s-q}(\beta ka) \left[ e^{i\beta k a \sin \theta_0} + (-1)^{s-q} e^{-i\beta k a \sin \theta_0} \right]. \quad (3.119)$$

Aplicando la misma forma integral de la función de Hankel utilizada previamente en la ecuación 3.111, y luego de alguna manipulación algebraica<sup>6</sup>, la ecuación 3.118) puede reescribirse como:

$$(g_{ll})_{qs} = T_q [S_{s-q}^- + (-1)^{s-q} S_{s-q}^+], \quad (3.120)$$

donde  $S_{s-q}^{\pm}$  corresponde a la suma incompleta:

<sup>6</sup>Para más detalle ver el apéndice A de [135]

$$S_{s-q}^{\pm} = \frac{e^{-i\pi/4}}{\pi} e^{\pm ika \sin \theta_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ika\sqrt{1+it^2}} \left[ \sqrt{1+it^2} + ite^{-i\pi/4} \right]^{s-q}}{\sqrt{1+it^2} \left[ 1 - e^{ika\sqrt{1+it^2}} e^{\pm ika \sin \theta_0} \right]} dt, \quad (3.121)$$

que puede ser calculada numéricamente.

Finalmente, los valores de  $(g_{lm})_{qs}$  se calculan utilizando las ecuaciones 3.114, 3.120 y 3.121 y truncando la sumatoria sobre  $\nu$ , debido a la buena convergencia de los modos complejos de difracción. Además, la convergencia de las series de funciones de Hankel es lo suficientemente buena como para permitir el cálculo de los coeficientes de scattering  $(A_l)_q$  a partir de la ecuación 3.109 truncando la suma y utilizando álgebra estándar.

Una vez que los coeficientes para las filas  $(A_l)_q$  se encuentran determinados, el campo total de presiones puede ser expresado como una suma de campos de scattering para todos los cilindros  $(\alpha, l)$  representada por la ecuación 3.99, con los coeficientes  $(A_{\alpha}^l)_q$  obtenidos a partir de la ecuación 3.107:

$$P^{sc}(\mathbf{r}) = \sum_q \sum_{\alpha} \sum_l (A_{\alpha}^l)_q H_q(kr_{\alpha}^l) e^{iq\theta_{\alpha}^l}. \quad (3.122)$$

Nuevamente, la suma infinita sobre  $\alpha$  puede ser reemplazada por una sumatoria sobre los índices de los órdenes de difracción  $\nu$ , siguiendo la misma derivación que en las ecuaciones 3.111- 3.114[135], y el campo dispersado total puede ser expresado como:

$$P^{sc}(\mathbf{r}) = \sum_{\nu} C_{\nu}^{\pm} e^{i\mathbf{k}_{\nu}^{\pm} \cdot \mathbf{r}}, \quad (3.123)$$

donde ahora un signo más (menos) corresponde a  $x > x_l$  ( $x < x_l$ ) y  $C_{\nu}^{\pm}$  es la amplitud del  $\nu$ -ésimo modo de scattering:

$$C_{\nu}^{\pm} = \sum_q \sum_l (A_l)_q \frac{2(-i)^{-q}}{ka} \frac{e^{iq\theta_{\nu}}}{|\cos \theta_{\nu}|} e^{-i\mathbf{k}_{\nu}^{\pm} \cdot \mathbf{R}_l}. \quad (3.124)$$

En general  $\mathbf{k}_{\nu}$  y  $\theta_{\nu}$  son complejos, pero para  $\nu$  perteneciente al intervalo entre  $\nu_- = \frac{ka}{2\pi}(\sin \theta_0 - 1)$  y  $\nu_+ = \frac{ka}{2\pi}(\sin \theta_0 + 1)$  estos valores son reales y corresponden al vector de onda y el ángulo de difracción del  $\nu$ -ésimo orden de difracción respectivamente.

A partir de las amplitudes de los modos dispersados podemos calcular la matriz de reflectividad  $(\mathcal{R})$ , que representa la intensidad para cada ángulo reflectado  $(\alpha_r)$  para una dada onda plana con un ángulo de incidencia  $(\alpha_i)$  y una frecuencia  $(f)$ :

$$\mathcal{R}(f, \alpha_i, \alpha_r) = \begin{cases} \frac{|\cos\alpha_r|}{\cos\alpha_i} |C_\nu^-(f, \alpha_i)|^2 & \text{si } \alpha_r = \theta_\nu(f, \alpha_i) \\ 0 & \text{si } \alpha_r \neq \theta_\nu(f, \alpha_i), \end{cases} \quad (3.125)$$

donde solo los  $C_\nu^-$  son utilizados para las propiedades reflectivas de la porción de CS, y  $\theta_\nu$  esta dado por la ecuación 3.115 con  $\theta_0 = \alpha_i$ . También, se hace explícita la dependencia de estos coeficientes con la frecuencia de la onda plana incidente  $f$  y su ángulo de incidencia  $\alpha_i$ .

Operando de la misma forma puede obtenerse el coeficiente de la matriz de transmisibilidad ( $\mathcal{T}$ ), que representa la intensidad para cada ángulo transmitido ( $\alpha_t$ ) al otro lado de la porción de CS. En este caso debe sumarse la intensidad del campo incidente a la intensidad dispersada.

$$\mathcal{T}(f, \alpha_i, \alpha_t) = \begin{cases} 1 + 2\Re [C_\nu^+(f, \alpha_i)] + \frac{|\cos\alpha_r|}{\cos\alpha_i} |C_\nu^+(f, \alpha_i)|^2 & \text{si } \alpha_r = \theta_\nu(f, \alpha_i) \\ 0 & \text{si } \alpha_r \neq \theta_\nu(f, \alpha_i) \end{cases} \quad (3.126)$$

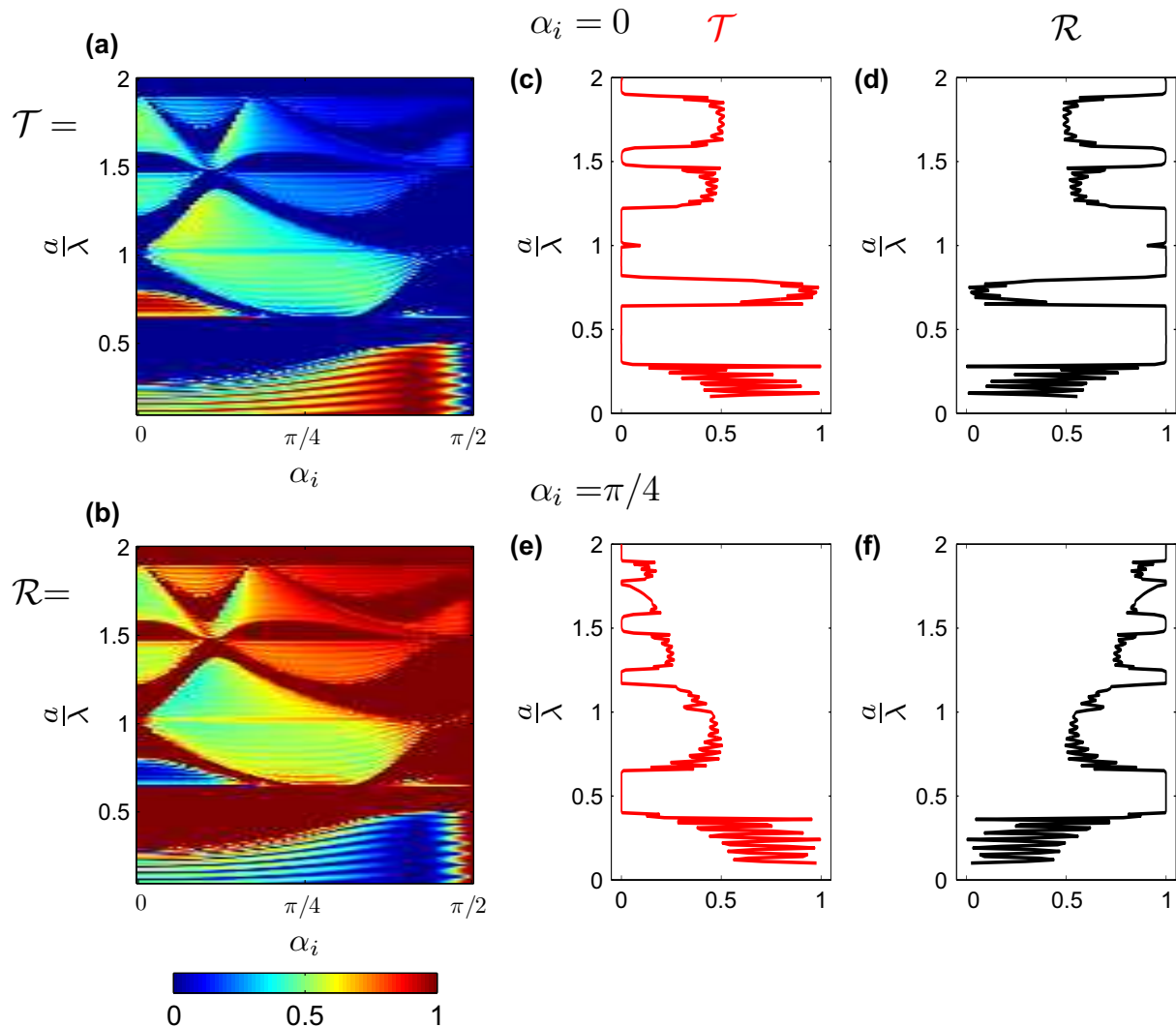
Las magnitudes  $\mathcal{R}$  y  $\mathcal{T}$  nos dan la información en función del ángulo reflejado y transmitido, respectivamente. Si estamos interesados en la intensidad total que se refleja y transmite debemos integrar para todos los valores de  $\alpha_r$ . De esta forma se obtiene las matrices  $R(f, \alpha_i)$  y  $T(f, \alpha_i)$

$$R(f, \alpha_i) = \sum_{\theta_\nu} \frac{|\cos\theta_\nu|}{\cos\theta_\nu} |C_\nu^-(f, \alpha_i)|^2 \quad (3.127)$$

$$T(f, \alpha_i) = 1 + 2\Re [C_\nu^+(f, \alpha_i)] + \sum_{\theta_\nu} \frac{|\cos\alpha_r|}{\cos\alpha_i} |C_\nu^+(f, \alpha_i)|^2 \quad (3.128)$$

En la figura 3.9 a) y b) se muestran las matrices  $\mathcal{T}$  y  $\mathcal{R}$  para un CS de red cuadrada de 10 filas infinitas con  $R = 1$  y  $a = 2,5R$ . Como es de esperarse, ambas matrices son complementarias, es decir, toda la energía que no es reflejada es transmitida. A la derecha de la figura pueden verse las matrices  $T$  y  $R$  para los ángulos de incidencia  $\alpha_0 = 0$  y  $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ . Estos resultados se encuentran en concordancia con el diarama de bandas de la figura 2.4 ya que presentan transmisión nula (y reflexión total) para las bandas prohibidas de la estructura cristalina. Las oscilaciones en la transmisión (y reflexión) para bajas frecuencias se deben a resonancias de Fabry Perot entre las filas de cilindros y su periodicidad es función de la cantidad de filas infinitas que componen el cristal sónico.

Un análisis más profundo de estas matrices se llevará a cabo en el capítulos 5.



**Figura 3.9:** Matrices a)  $\mathcal{T}$  y b)  $\mathcal{R}$  para un CS de red cuadrada de 10 filas infinitas con  $R = 1$  y  $a = 2,5R$ . En el eje horizontal se extiende el ángulo de incidencia  $\alpha_i$  y en el eje vertical la frecuencia de la onda plana incidente. A la derecha de la figura pueden verse las matrices c,e)  $\mathcal{T}$  y d,f)  $\mathcal{R}$  para los ángulos de incidencia  $\alpha_0 = 0$  y  $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ . En las mismas el eje horizontal representa a la transmisibilidad o reflectividad, que varía de cero a uno, y el eje vertical a la frecuencia de la onda plana incidente.



## - Capítulo 4 -

---

---

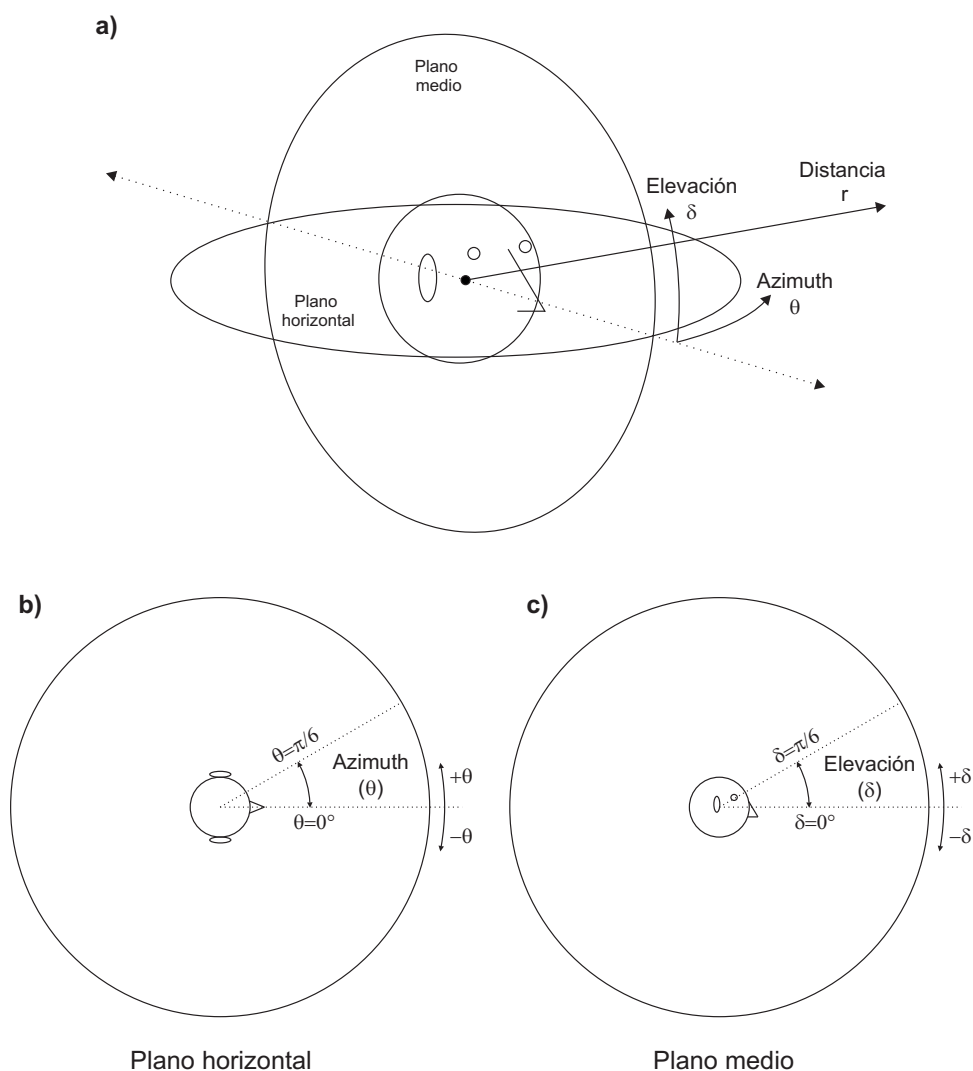
### Localización de fuentes sonoras

---

La evolución de los sofisticados mecanismos que conforman el sistema auditivo de los vertebrados superiores, capaz de detectar, reconocer y ubicar en el espacio diversas fuentes sonoras, representó una importante ventaja para estos en la lucha por la supervivencia[43]. La capacidad de detectar la ubicación de fuentes sonoras de forma rápida y precisa es un atributo muy importante, principalmente en situaciones donde el sentido de la vista no puede intervenir, como por ejemplo en situaciones de plena oscuridad o cuando los eventos sonoros ocurren fuera del campo visual[13, 98]. En el caso de los seres humanos, el sistema auditivo se encuentra adaptado para la localización eficiente de fuentes sonoras, aún en la presencia de reflexiones y difracción de la onda de sonido original[88].

Para analizar como el sistema auditivo localiza fuentes sonoras, comenzaremos definiendo un sistema de coordenadas que nos permitirá referenciar la posición de una fuente con respecto a la cabeza del oyente. Esta definición fue propuesta por Blauert[13] y es la que se utiliza habitualmente hoy en día. La posición de una fuente se define utilizando una terna de coordenadas esféricas centradas en la cabeza del oyente: ángulo de acimut ( $\theta$ ), ángulo de elevación ( $\delta$ ) y distancia egocéntrica ( $r$ ) como se ve en la figura 7.2 a). En la figuras 7.2 b) y c) se muestran dos cortes que definen planos particulares, el plano horizontal (con  $\delta=0$ ) y el plano medio (con  $\theta=0$ ).

En la primera sección de este capítulo desarrollaremos los temas relacionados con la localización en fuentes en la dimensión angular, primero en el plano horizontal (ángulo de acimut,  $\theta$ ) y luego en el plano vertical (ángulo de elevación,  $\delta$ ). La segunda sección estará dedicada a la percepción auditiva de distancia (PAD) y las pistas perceptuales que influyen en ella.



**Figura 4.1:** a) Un oyente con la representación de las tres coordenadas que se utilizan en la localización de fuentes sonoras: ángulo de acimut ( $\theta$ ), ángulo de elevación ( $\delta$ ) y distancia egocéntrica ( $r$ ). Ambos ángulos varían entre  $-\pi$  y  $\pi$ . En b) se muestra un corte del plano horizontal con la dimensión angular de acimut ( $\theta$ ), mientras que en c) se ve la vista lateral del oyente con el plano medio y la dimensión de elevación ( $\delta$ ). La ubicación de una fuente sonora puede definirse completamente utilizando estas tres dimensiones como si se tratara de coordenadas cilíndricas estándar.

## § 4.1 PERCEPCIÓN ANGULAR

### 4.1.1. Plano horizontal

La localización en el plano horizontal fue la primera en ser estudiada[108] y la que más se ha desarrollado[91]. Comenzaremos la sección describiendo la localización horizontal para fuentes

emitiendo señales sinusoidales (tonos puros) para luego hacer un breve reseña para el caso de señales más complejas.

**Diferencias interaurales de tiempo e intensidad.** Dado que para tonos puros no puede detectarse cambios espectrales, los únicos indicios que pueden utilizarse para localizar una fuente en el plano horizontal son las diferencias entre las señales percibidas por ambos oídos, conocidas como indicios binaurales. Los indicios binaurales tradicionalmente estudiados son: la diferencia de tiempo que tarda la señal en llegar a cada oído (ITD<sup>1</sup>) y la diferencia de intensidad entre la señal que llega a cada oído (ILD<sup>2</sup>).

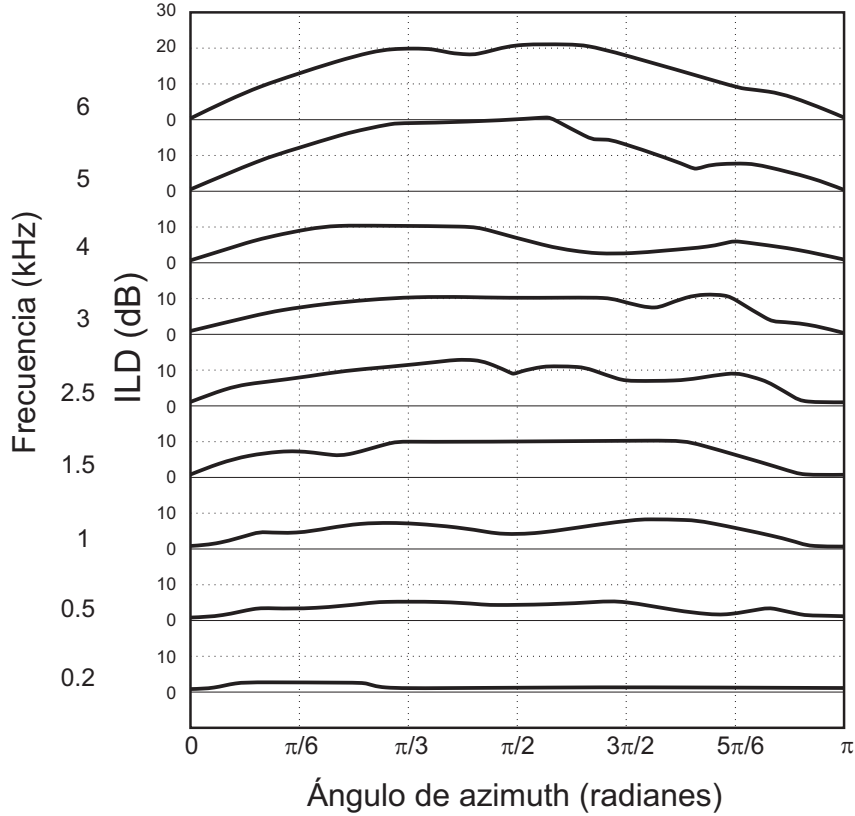
Las diferencias de intensidad entre los oídos se deben al efecto de ‘sombra acústica’ producido por la cabeza del oyente. Los sonidos de baja frecuencia, que tienen longitudes de onda que resultan mayores o comparables al tamaño de la cabeza humana, rodean a la misma por efecto de la difracción reduciendo notablemente la ‘sombra acústica’ (de forma similar a como se ve en la sección 3.1). Por otro lado, para frecuencias más altas, donde la longitud de onda es pequeña comparada con las dimensiones de la cabeza, el efecto de la difracción es muy pequeño y la ‘sombra’ se hace más notable. Como puede verse en la figura 4.2[44], para fuentes sonoras distantes hasta 500 Hz existe una variación del ILD muy pequeña al variar la dirección de la fuente, mientras que al aumentar la frecuencia la magnitud de la variación puede llegar a los 20 dB. Por otro lado, Brungart y Rabinowitz[21] demostraron que para fuentes cercanas (0.12 a 1 m) existen diferencias considerables de ILD aún para tonos puros de baja frecuencia. Esto está físicamente relacionado con el hecho de que, por estar cerca del obstáculo, los frentes de onda del sonido emitido por la fuente no pueden considerarse como planos.

Por otro lado, Las diferencias de tiempo son producidas por la diferencia de camino acústico entre la fuente y cada uno de los oídos. La figura 4.3 a) muestra la diferencia temporal entre los dos oídos para diferentes valores de  $\theta$  y  $\delta=0$  obtenida con la fórmula de Woodworth y Schlosberg[147, 34]. Se trata de un modelo simple que considera a la cabeza del oyente como una esfera con las orejas a los costados. El cálculo se basa en el esquema propuesto en la figura 4.3 b), donde la diferencia de camino recorrida por el sonido es la distancia perpendicular ( $r\sin(\theta)$ ) más un arco circular del longitud  $r\theta$ . La fórmula utilizada es:

---

<sup>1</sup>Del inglés *Interaural Time Difference*.

<sup>2</sup>Del inglés *Interaural Level Difference*.

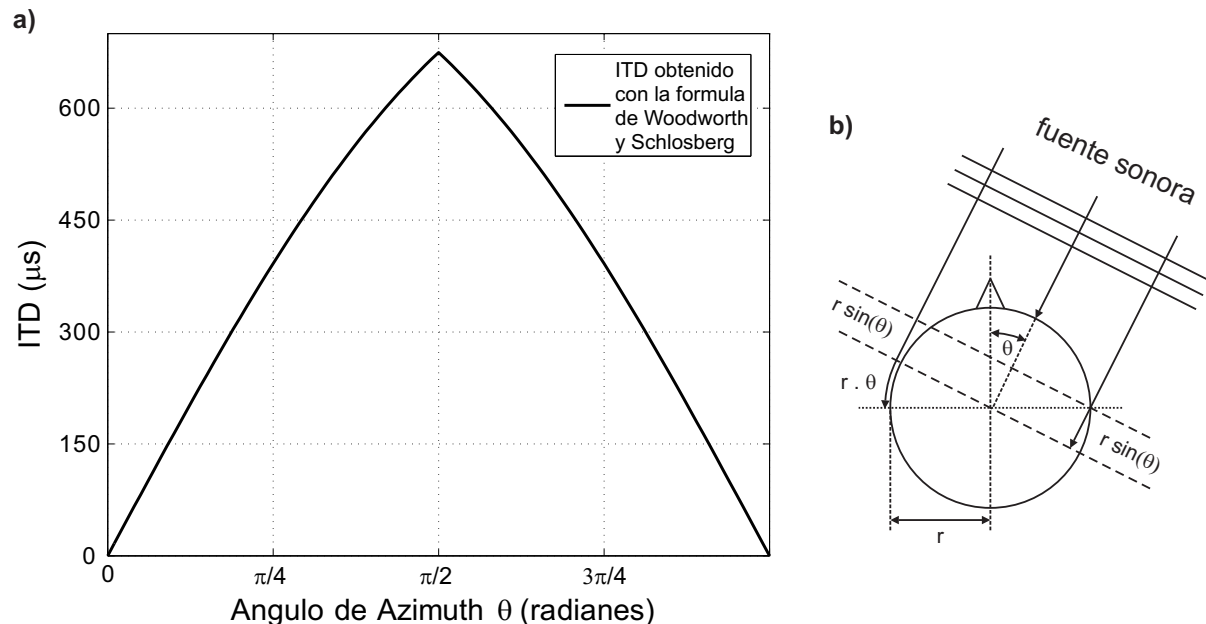


**Figura 4.2:** Diferencia interaural de nivel (ILD) en función de la frecuencia y el ángulo de incidencia para una fuente distante. Cada curva corresponde a un tono puro diferente para los ángulos de acimut de 0 a  $\pi$  radianes (desde el frente hasta atrás). Adaptación de Feddersen et al[44].

$$ITD(\theta) = \begin{cases} \frac{r}{c} [\sin(\theta) - \pi - \theta] & \text{si } -\pi < \theta < \frac{-\pi}{2}, \\ \frac{r}{c} [\sin(\theta) + \theta] & \text{si } \frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}, \\ \frac{r}{c} [\sin(\theta) + \pi - \theta] & \text{si } \frac{\pi}{2} < \theta < \pi, \end{cases} \quad (4.1)$$

donde  $r$  es el radio de la cabeza y  $c$  es la velocidad del sonido (9 cm y 343 m/s respectivamente). A pesar de ser un modelo simplificado, se ha demostrado que las mediciones experimentales del ITD en función de  $\theta$  para  $\delta=0$  presentan un apartamiento mínimo de los resultados teóricos[44]. Si bien existen modelos más complejos (por ejemplo: que consideran la distancia a la fuente) y los valores de ITD pueden depender de la frecuencia de la señal (por ejemplo: el ITD para un dado  $\theta$  varía ligeramente con la frecuencia debido a la difracción que ocurre a bajas frecuencias), los resultados expuestos en la figura 4.3 a) nos dan información necesaria como para analizar las particularidades del ITD como clave binaural. Para un tamaño de cabeza estándar, el ITD varía de 0  $\mu$ s para fuentes directamente adelante o directamente atrás del oyente ( $\theta = 0$

y  $\theta = \pi$ ) a valores cercanos a  $700 \mu\text{s}$  para una fuente apuntando directamente el oído derecho o izquierdo ( $\theta = -\frac{\pi}{2}$  y  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ). Este tiempo resulta igual al tiempo que tarda la onda en recorrer la máxima diferencia de caminos corresponde a la distancia entre los oídos.



**Figura 4.3:** a) Diferencia interaural de tiempo (ITD) obtenido con el modelo de Woodworth y Schlosberg[147] en función del ángulo de acimut ( $\theta$ ). b) Esquema utilizado para la fórmula de Woodworth y Schlosberg donde  $r$  es el radio de la cabeza y  $\theta$  el ángulo de acimut.

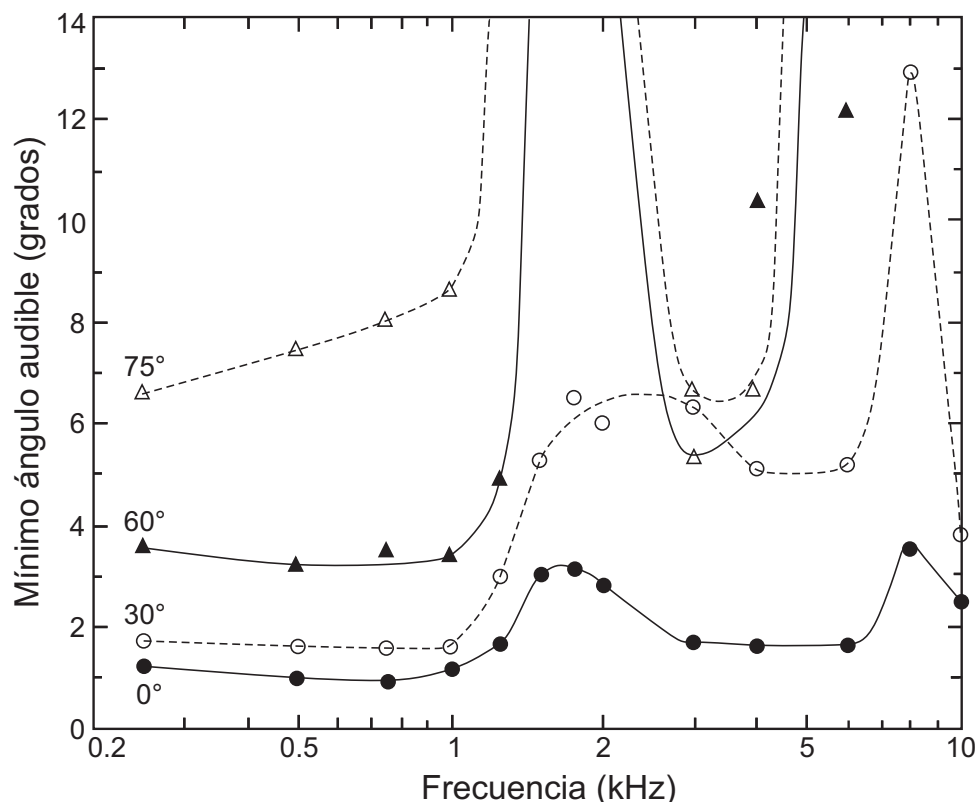
Para un tono sinusoidal, la ITD equivale a una diferencia de fase, llamada IPD<sup>3</sup>. Por ejemplo, para un tono puro de 500 Hz, con período  $T=2000 \mu\text{s}$ , un ITD de  $500 \mu\text{s}$  (que corresponde, según el modelo, a un ángulo de acimut  $\theta \approx \pi/3$ ) representa una diferencia de fase  $IPD=\pi/2$  (un cuarto de ciclo). De este modo, para tonos de baja frecuencia la IPD resulta una clave perceptual eficiente, ya que no es posible que la onda difiera entre ambos oídos en más de un ciclo. Por otro lado, para un tono puro de 2000 Hz, con período  $T=500 \mu\text{s}$ , la misma ITD de  $500 \mu\text{s}$  representa una  $IPD = 2\pi$  (un ciclo completo). Cuando la IPD es nula, la diferencia en la señal que llega a los dos oídos es la misma que en el caso de un ciclo completo (y de  $n$  ciclos completos). Para sonidos de alta frecuencia, el sistema auditivo no tiene forma de determinar que ciclo del oído izquierdo corresponde con qué ciclo del derecho. Estas ambigüedades comienzan a ocurrir cuando el período del sonido es cercano al doble de máximo ITD[98], es decir, cuando el período del sonido es cercano a  $1400 \mu\text{s}$  y la frecuencia del sonido 700 Hz. Un tono puro de esta frecuencia localizado completamente a un lado de la cabeza ( $\theta = \pi/2$ ) produce una diferencia de

<sup>3</sup>Del inglés *Interaural Phase Difference*.

fase de medio ciclo ( $IPD=\pi$ ), lo cual también ocurre para una fuente localizada al otro lado de la misma ( $\theta = -\pi/2$ ). Una forma de resolver estas ambigüedades es mediante movimientos de la cabeza (o de la fuente) y es por eso que no existe un límite superior abrupto en la eficiencia del uso de las IPD. De todas maneras, y como se verá más adelante, las diferencias de fase se tornan ambigüas para frecuencias encima de 1500 Hz.

De acuerdo a lo analizado, las diferencias interaurales de nivel (ILD) resultarían más eficientes para localizar sonidos a alta frecuencia mientras que las diferencias interaurales de tiempo (ITD) lo serían para sonidos de baja frecuencia. Esta teoría ha sido llamada ‘teoría duplex’ y tiene su origen en los primeros textos de Lord Rayleigh[108] sobre localización de fuentes sonoras. Si bien la descripción de las magnitudes físicas nos da una idea de la utilidad de cada pista en la localización horizontal de fuentes sonoras, para conocer las estrategias utilizadas por el sistema auditivo es necesario analizar datos psicofísicos del desempeño de sujetos humanos realizando tareas de localización.

**Mínimo ángulo audible (plano horizontal).** Para medir la resolución espacial al estimar la posición angular de una fuente sonora se utiliza el mínimo ángulo audible (MAA)[91]. El MAA es la mínima variación angular que debe tener la ubicación de una fuente sonora para que el sujeto reporte que ha percibido un cambio en la localización angular de la misma. El MAA es fuertemente dependiente de la dirección de la fuente. En la figura 4.4, que pertenece a un artículo clásico de Mills[91], puede verse la dependencia del MAA con la frecuencia y el ángulo de acimut. De los datos de la figura puede observarse que los sujetos humanos tienen más precisión localizando fuentes que se encuentran ubicadas en el frente de la cabeza ( $\theta = 0^\circ$ ). Para estos valores de acimut, el MAA tiene un valor cercano a  $1^\circ$  para tonos puros de menos de 1000 Hz, pero al aumentar la frecuencia el desempeño de los oyentes empeora (especialmente entre 1500 y 1800 Hz). Esto es consistente con la teoría duplex que afirma que por encima de 1500 Hz las IPD se vuelven ambigüas para la localización, y es recién por encima de los 1800 Hz que las ILD comienzan a cambiar considerablemente con el ángulo de acimut (ver figura 4.2). En la figura también se ve el aumento del MAA con  $\theta$ , con valores de  $\theta$  donde el MAA es tan grande que queda fuera de la figura ( $60^\circ$  y  $75^\circ$  y, aproximadamente, 1800 Hz). Esto puede explicarse teniendo en cuenta las variaciones de ILD para 1800 Hz que aparecen en la figura 4.2, donde de  $\theta = 55^\circ$  a  $\theta = 140^\circ$  la ILD permanece relativamente constante en un valor cercano a los 10 dB.



**Figura 4.4:** *Mínimo ángulo audible para tonos puros en función de la frecuencia y el ángulo de acimut. Cada línea corresponde a un ángulo de acimut. Adaptación de Mills[91].*

Si en lugar de utilizar un parlante para reproducir los estímulos se utilizan auriculares, es posible analizar las diferencias apenas perceptibles (DAP) para las ITD e ILD por separado, ya que resulta posible manipular individualmente las señales en ambos oídos. Presentando las señales de esta forma, se obtiene que los umbrales de detección de ITD son menores cuando la ITD es  $0 \mu\text{s}$ [154] que corresponde al sonido presentado por una fuente virtual con  $\theta = 0^\circ$ . En este caso, un cambio de ITD de 30, 17 y  $12 \mu\text{s}$  puede ser detectado para tonos puros de frecuencia 250, 500 y 1000 Hz, respectivamente[163]. Esta diferencia temporal corresponde a una variación angular de una fuente virtual de  $1^\circ$  (ver figura 4.3) lo cual corresponde con el MAA obtenido por Mills[91] para tonos puros por debajo de 1000 Hz. Si bien la DAP de ITD aumenta al disminuir la frecuencia, esta se mantiene en valores cercanos a  $3^\circ$  de diferencia de fase entre los oídos (IPD). Por otro lado, al aumentar la frecuencia, aumenta también la DAP, siendo prácticamente indetectables los cambios por encima de 2000 Hz[154]. Ambos datos, la DAP expresada en IPD constante y la degradación de la sensibilidad al aparecer las ambigüedades de fase, apoyan la hipótesis de que el sistema auditivo utiliza diferencias de fase y no temporales en

el procesamiento de la información binaural. También de acuerdo con la variación de el mínimo ángulo audible, la diferencia apenas perceptible de ITD aumenta al aumentar el ITD, es decir, al aumentar el ángulo de acimut de la fuente virtual.

Manipulando individualmente la ILD se observó que su mínima variación detectable es también mínima cuando la ILD es nulo. En este caso, la DAP es cercana a 0.5 dB con un pico de 1 dB a 1000 Hz[90, 56, 155]. Si bien entre 1500 y 6000 Hz este valor se ajusta a la ILD correspondiente al mínimo ángulo audible obtenido por Mills (ver figura 4.4), para frecuencias menores a 1500 Hz es superior a la precisión esperada para justificar el desempeño de los sujetos[90]. Este resultado también apoya a la teoría duplex ya que, como se dijo anteriormente la diferencia apenas perceptible de ITD sí está en concordancia con el mínimo ángulo audible obtenido por Mills. A diferencia de las ITDs, el aumento de la DAP de ILD con la ILD no puede relacionarse directamente con un cambio en el ángulo de acimut para todas las frecuencias, ya que la dependencia del ILD con el ángulo varía con la frecuencia (ver figura 4.2).

**Claves espectrales.** Para sonidos de bandas angosta, como en el caso de los tonos puros, la información aportada por el ITD puede ser ambigüa, pero al aumentar el ancho de banda, a cada valor de ITD corresponden más de un valor de IPD, ya que estas últimas dependen de la frecuencia. En estos casos el sistema auditivo determina la dirección de la fuente utilizando el ITD que es común a todos los filtros auditivos (zonas de excitación del oído interno). Macpherson et al.[82] trabajaron presentando variaciones de ITD e ILD a través de auriculares y encontraron que, si bien la mayoría de los sujetos daba poca importancia al ITD para estímulos de alta frecuencia, esta importancia aumentaba al modular la amplitud. Esto se debe a que el sistema auditivo utiliza las modulaciones de baja frecuencia para determinar un IPD no ambigüo. También determinaron mediante un experimento que para estímulos de banda ancha, el peso del ITD fue mayor o igual que el del ILD al momento de estimar la localización de una fuente.

Además de las claves binaurales, existen muchos estudios que apoyan la idea de que la información proporcionada por el filtrado espectral del pabellón auricular (también conocido como pinna), debido a la forma de éste, es una clave monoaural para la localización en el plano horizontal[8]. Medidas realizadas por Brungart et al.[20] apoyan esta hipótesis al demostrar que el filtrado de la pinna es dependiente del ángulo de acimut. En esta misma línea, Slattery et al.[124] realizaron experimentos con sujetos con audición disminuida en un oído y concluyeron

que su desempeño localizando fuentes en el plano horizontal demuestra que las pistas monoaurales puede proveer información útil en la localización horizontal. Por otro lado, Freedman y Fisher[47] mostraron que, aún en experimentos monoaurales, el desempeño de los sujetos para la localización en el plano horizontal mejora significativamente cuando se les permite mover la cabeza, y propusieron que el filtrado de la pinna produce cambios en los patrones espectrales de los sonidos que sirven como pistas adicionales para la localización de fuentes.

**Cono de confusión.** Al considerar la cabeza como un obstáculo esférico con dos detectores a sus lados si la misma se mantiene quieta, entonces un dado ITD no es suficiente para resolver la localización de una fuente en el espacio. Mills define un cono de confusión[134, 98, 7] para el cual cualquier fuente en la superficie de este cono evoca la misma ITD en el sujeto. Estas ambigüedades se despejan moviendo la cabeza, para de esta manera evaluar la evolución temporal de las diferencias binaurales.

#### 4.1.2. Plano vertical

La localización en el plano vertical se refiere a la localización angular en la dimensión de elevación, es decir, con un ángulo  $\delta \neq 0$ [13]. Al contrario de cuando hablamos de movimientos angulares en el plano horizontal, y debido a la posición de las orejas con respecto a la cabeza, no deberían aparecer cambios considerables en la ITD o ILD debidos a la diferencia de camino acústico al cambiar el ángulo de elevación para fuentes lejanas. Esto sugiere que existen otras pistas perceptuales que el sistema auditivo utiliza para localizar fuentes sonoras en el plano vertical además de las diferencias interaurales. Muchos estudios apoyan la hipótesis de que los seres humanos utilizan pistas monoaurales del dominio de las frecuencias para realizar estas localizaciones[88, 4]. La reflexión y difracción en el torso, cabeza y oído externo (pinna) afectan el espectro de las ondas sonoras que llegan a nuestros oídos y estas variaciones espectrales son las principales pistas utilizadas por el sistema auditivo en la localización vertical[2]. A continuación describiremos como se modifica el espectro al modificar la elevación para altas frecuencias (principalmente por efecto de la pinna) y para bajas frecuencias (principalmente por efecto de la cabeza y el torso).

**Variación del filtrado espectral con la elevación para altas frecuencias (influencia de la pinna).** Una pista que se sugiere como la principal responsable de la localización vertical

para sonidos de alta frecuencia es el filtrado debido a la pinna. El efecto de filtro de la pinna se ha estudiado desde el siglo XIX[81, 109, 129], pero recién a mediados del siglo XX se comenzó a investigar la influencia de la pinna en la localización vertical[110, 60, 14] y la desambiguación adelante-atrás[47]. Roffler y Butler[110] afirman que, para que un sonido pueda ser localizado en el plano vertical, el mismo debe incluir frecuencias por encima de los 7 kHz y la pinna debe estar presente. En un trabajo de 1967 Batteau[8] colocó micrófonos en moldes de pinnas reales y reprodujo los sonidos grabados a sujetos via auriculares. Los sujetos fueron capaces de realizar juicios razonables de localización angular tanto en el plano vertical como el horizontal pero cuando la pinna fue removida de los micrófonos, el desempeño de los mismos se redujo notablemente. Roffler y Butler agregaron que, si bien la pinna había sido considerada por algunos científicos como un órgano vestigial[66], la localización en el plano vertical sería imposible sin ella. Llegando al fin del siglo XX diversos estudios reportaron que la influencia de la pinna es mayor para señales con contenido espectral por encima de los 3-4 kHz[26, 64, 18]. Algazi et al.[2] han reforzado esta hipótesis al reportar que la pinna tiene claramente un mayor efecto sobre el espectro por encima de los 3 kHz, pero relativamente poco efecto por debajo de esta frecuencia.

**Variación del filtrado espectral con la elevación para bajas frecuencias (influencia de la cabeza y torso).** La difracción debida al torso y la cabeza del oyente son responsables de los efectos de filtrado espectral dependientes de la elevación para frecuencias graves[2, 59]. En un artículo de 1973 de Gardner y Gardner[51], los autores midieron los efectos de filtrado en un maniquí con y sin pinna y concluyeron que la misma no tiene influencia por debajo de los 3.5 kHz pero que el torso introduce importantes modificaciones en el espectro de frecuencias entre los 700 Hz y los 3.5 kHz, las cuales consideraron ‘pistas secundarias’ para la localización en el plano medio. Los autores también reportaron que algunos sujetos eran capaces de localizar fuentes sonoras ubicadas en el plano medio a pesar de que los estímulos no poseyeran contenido espectral por encima de los 4 kHz (la zona del espectro donde el efecto de filtrado de la pinna es más notorio), aunque la precisión de la localización se vio disminuida con respecto a estímulos que contenían energía en la parte aguda del espectro. Este empobrecimiento en la precisión apoya la hipótesis propuesta por Algazi et al.[2] de que el filtrado espectral de la pinna es el principal indicio utilizada por el sistema auditivo para la localización de fuentes en la dirección angular de elevación.

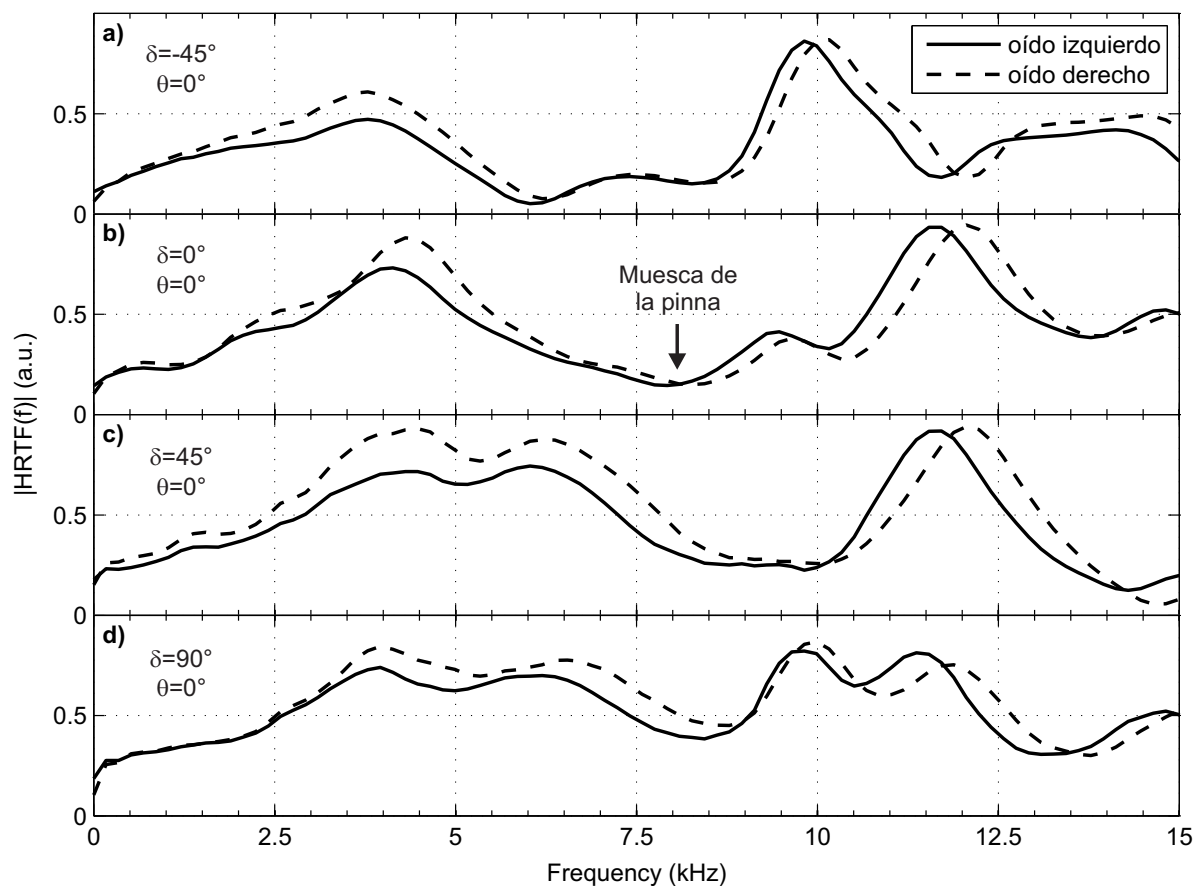
**Funciones de transferencia de la cabeza (HRTF).** El torso, la cabeza y la pinna son un complejo filtro dependiente de la dirección. La forma más común de cuantificar este filtro es midiendo las funciones de transferencia de la cabeza (HRTF<sup>4</sup>). Las HRTF son el espectro del filtro del torso, la cabeza y la pinna y se obtienen grabando un sonido de referencia con micrófonos intraaurales utilizando maniqués[16, 17] o sujetos experimentales[2, 94]. Las HRTFs muestran un complejo patrón de valles y picos a la largo del espectro. La posición de estos valles y picos varía con la dirección de la fuente sonora y esa información es utilizada por el sistema auditivo para estimar, entre otras cosas, la dirección vertical de una fuente sonora[120].

En la figura 4.5 se muestra la variación de las HRTF[27] para cuatro ángulos de elevación  $\delta$  en el plano medio ( $\theta = 0$ ). En la figura 4.5 b) ( $\theta = 0$  y  $\delta = 0$ ) se encuentra marcado uno de los efectos que Algazi et al.[2] reportaron como más característicos de la pinna sobre el espectro, la denominada muesca de la pinna<sup>5</sup>, la cual aparece dentro de la octava entre 6 y 12 kHz. Hoffman et al[64] se basan en estas características para apoyar la hipótesis de que para que una fuente sonora pueda ser bien localizada en el eje vertical, debe tener energía en la zona sobreaguda del espectro. Sin embargo, puede verse que, si bien son menos notorias, existen diferencias en las HRTF aún para frecuencias graves. Estas últimas son debidas al filtrado del torso y la cabeza. Estas características dependientes del ángulo de elevación son prácticamente independientes de la distancia a la que se encuentra la fuente[20].

**Mínimo ángulo audible en la dirección vertical.** Los umbrales de detección para un cambio en la dirección angular de elevación son entre dos y cuatro veces mayores que el caso del acimut[145]. Perrot y Saberi[102] reportaron un MAA de  $3.65^\circ$  para el una fuente moviéndose verticalmente al frente del oyente y utilizando ruido blanco como estímulo. Middlebrooks y Makous[83] encontraron un valor similar para el caso de acimut cero y un valor del MAA alcanzando los  $20^\circ$  para valores elevados de acimut. En este último trabajo, los autores reportaron una disminución en el máximo MAA (hasta  $15^\circ$ ) cuando la posición de la fuente era variada verticalmente para valores no nulos de acimut, mostrando una mayor precisión en el juicio de la localización angular de elevación cuando, además de las diferencias espectrales, existen diferencias binaurales debidas al desplazamiento en acimut.

<sup>4</sup>Del inglés *Head Related Transfer Function*

<sup>5</sup>En inglés, *pinna notch*.



**Figura 4.5:** Funciones de transferencia de la cabeza (HRTF) de un sujeto humano para  $\theta = 0$  y distintos ángulos de elevación  $\delta$ . El ángulo de elevación aumenta de a) a d) desde  $-45^\circ$  a  $+90^\circ$ . En línea llena (punteada) se ve la magnitud de la HRTF del oído izquierdo (derecho) en unidades arbitrarias hasta 15 kHz. En b) se indica la muesca de la pinna (pinna notch). Las HRTF fueron obtenidas de la base de datos abierta de CIPIC[27].

## § 4.2 PERCEPCIÓN AUDITIVA DE DISTANCIA

La percepción auditiva de distancia (PAD) ha sido el aspecto de la localización espacial de fuentes sonoras que ha recibido menos atención en la literatura. Sin embargo, en las últimas dos décadas, se han realizado muchos estudios sistemáticos que investigan la precisión de los seres humanos para percibir la distancia a una fuente sonora[22, 24, 156, 142, 19] y los posibles indicios perceptuales que podrían estar involucradas en este juicio[158].

A continuación desarrollaremos los principales indicios perceptuales que son importantes para la percepción auditiva de distancia de fuentes sonoras.

**Intensidad** La intensidad es una de las claves principales y más estudiadas en la PAD[133], correspondiendo menores intensidades a fuentes sonoras más distantes. Un sonido emitido por una fuente ideal (esférica) en condiciones de campo libre decrece su nivel de presión sonora como la inversa del cuadrado de la distancia a la misma. Por ejemplo, al duplicar la distancia a una fuente, el nivel de presión sonora en la posición del oyente decrece 6 dB. Este decaimiento se ve modificado cuando la fuente es direccional y, principalmente, cuando nos encontramos en entornos reverberantes.

La intensidad es una clave relativa de la distancia a una fuente sonora ya que se necesita conocer la intensidad original de la fuente para realizar una evaluación absoluta de la distancia percibida. En su revisión de 1963[29], Coleman reportó que, en experimentos sobre el efecto de la intensidad de un sonido en la PAD, un cambio de aproximadamente 20 % en la distancia de la fuente era el límite de discriminación. Estudios más recientes encontraron límites más pequeños: Simpson y Stanton[123] 13 % y aumentando hasta 48 % para distancias cercanas (menos de 1 m) y Strybell y Perrot[130] entre 3 % y 7 % y aumentando hasta 20 % para distancias cercanas.

Si las diferencias de intensidad son realmente las principales pistas que utiliza el sistema auditivo para discriminar distancias de fuentes sonoras, es de esperarse (como en el caso del ILD e ITD en el plano horizontal) que la mínima variación perceptible de intensidad corresponda con los umbrales de distancia reportados. La DAP de intensidad se encuentra alrededor de 1dB para estímulos de banda ancha[89], lo cual correspondería a una variación de distancia de 10 %. Los resultados que reportan umbrales de percepción de distancia menores a este 10 %[130, 6] sugieren que los seres humanos utilizan pistas adicionales para determinar la distancia a una fuente sonora. Para reforzar esta hipótesis, Ashmead et al.[6] realizaron un experimento variando la distancia a fuentes sonoras pero manteniendo la intensidad constante en el oyente y reportaron que los sujetos eran capaces de percibir diferencias en la distancia a las fuentes.

**Relación directo reverberante.** Otro indicio importante de PAD es el cociente entre la energía del sonido directo (que no ha sido reflejado por ninguna superficie de la sala) y la energía del campo reverberante (D/R)[157]. Para una fuente ubicada en un recinto, el campo directo es la parte del sonido que arriba al oyente sin ser reflejada en las paredes, mientras que los frentes de onda que han sufrido una o más reflexiones se denominan campo reverberante. En entornos reverberantes, cuando nos alejamos de una fuente sonora la intensidad del sonido directo decrece, mientras que la intensidad del campo reverberante permanece relativamente

constante, dando así valores más altos de  $D/R$  para fuentes más cercanas. Al contrario del caso de la intensidad, y siempre y cuando uno conozca la reverberancia de la sala, la  $D/R$  no es una clave relativa de distancia sino que es una clave absoluta. Esto se debe a que al modificar la intensidad emitida por la fuente no sólo se modifica la energía del sonido directo sino también la del campo reverberante, dando así una relación unívoca entre cada valor de  $D/R$  y su correspondiente distancia.

Von Békésy[10] fue el primero en demostrar que la  $D/R$  tiene un efecto en la distancia percibida. Experimentos más recientes utilizando una única fuente en diversos ambientes acústicos han apoyado la hipótesis de Von Békésy. Mershon y King[87] demostraron que el desempeño de los oyentes estimando la distancia a una fuente sonora es mejor en ambientes reverberantes que en ambientes anecóicos (sin ecos, por ende, sin energía reverberante), donde las distancias percibidas eran cerca de 10 veces más pequeñas que la distancia física. Otros estudios también reportaron este efecto para un rango más amplio de entornos acústicos[99], utilizando auriculares y grabaciones binaurales [78] y en entornos acústicos virtuales[9]. Bronkhorst and Houtgast[19], por ejemplo, demostraron que al aumentar el número de superficies reflectantes en un entorno acústico virtual la distancia aparente de la fuente crece, lo que corresponde a una disminución de la  $D/R$ . Nielsen[99] por su parte apoya la idea de la naturaleza absoluta de la clave de  $D/R$  al realizar experimentos utilizando auriculares para entornos anecóicos y no anecóicos. En el primer caso la distancia percibida reportada no guarda relación con la distancia física (clave relativa) mientras que en el segundo los sujetos reportaban distancias similares a las reales (clave absoluta).

La sensibilidad a los cambios en la  $D/R$  fue obtenida utilizando entornos acústicos virtuales. Según un estudio de Zahorik[157], la DAP para la  $D/R$  se encuentra en valores alrededor de 5 a 6 dB para un amplio rango de  $D/R$  (0 a 20 dB) y para señales con diferente estructura temporal. Estos valores corresponden con un incremento de más del doble en la distancia de la fuente para el entorno acústico en el que se realizó el estudio. Este resultado, sugiere que la  $D/R$  por sí sola es una clave pobre para estimar la distancia de una fuente sonora. Una hipótesis presentada por Zahorik[157, 158] es que la  $D/R$  puede ser críticamente importante en la información sobre la distancia absoluta de la fuente mientras que el sistema auditivo utilizaría las variaciones en de intensidad de la fuente para la discriminación fina de distancias. Por su parte, Larsen et al.[75] reportaron valores de DAP considerablemente menores de 2 a 3 dB para  $D/R=0$  y  $D/R=+10$ dB, y de 6 a 8dB para  $D/R=-10$  y  $D/R=20$  dB. También analizaron el efecto de modificaciones en

el contenido espectral de la señal y concluyeron que las claves espectrales son importantes para mantener una buena resolución en la D/R.

**Claves espectrales** Existen dos tipos de variaciones del espectro que se relacionan con la distancia de una fuente sonora. Para distancias mayores a 15 m, las propiedades absorbentes del aire modifican significativamente el espectro de la señal. En general, estas propiedades absorbentes atenúan las altas frecuencias, aunque el efecto es relativamente pequeño: 3 a 4 dB cada 100 m para 4 kHz[13]. Sin embargo, hay estudios que demuestran que, manipulando el contenido de alta frecuencia de una señal, se puede influir en la estimación de la distancia a la fuente[65]. El segundo tipo de cambio espectral está relacionado con el filtrado que ocurre en el sonido cuando este se refleja en una superficie. A medida que la distancia crece, la proporción de energía reverberante que se encuentra filtrada por las paredes del recinto también lo hace y es por esto que esta clave se encuentra íntimamente relacionada con la D/R. Como los cambios espectrales pueden deberse también a cambios en la señal emitida por la fuente, la familiaridad con el estímulo mejora la utilidad de este indicio.

**Claves binaurales** Aunque hay cierta ambigüedad respecta a la utilización de claves binaurales en la percepción de fuentes no cercanas, existe amplia evidencia que apoya la hipótesis de que las pistas binaurales juegan un rol fundamental en la localización de fuentes cercanas. Las diferencias interaurales de tiempo y nivel sonoro se mantienen constantes para ángulos de acimut y elevación constantes a distancias lejanas pero para, fuentes cercanas a la cabeza, estas claves presentan variaciones. Tanto modelos[34] como mediciones[21] respaldan la idea de que el ILD para fuentes laterales aumenta al disminuir la distancia (por debajo de 1 m) mientras que el ITD disminuye sólo modestamente. Esto sugiere la posibilidad de que las claves binaurales puedan ser utilizadas para determinar tanto dirección como distancia para fuentes cercanas. Otro factor importante que puede influenciar la estimación de la distancia para fuentes cercanas es el efecto de paralaje. El efecto de paralaje ocurre cuando una fuente sonora está lo suficientemente cerca del oyente como para introducir una diferencia substancial entre el ángulo de su posición relativo al oído izquierdo y derecho[13, 132].

También existen evidencias de la influencia de las claves binaurales en otras previamente mencionadas. En su trabajo sobre D/R, Bronkhorst[19] remarcó la importancia de la audición binaural para el procesamiento de la D/R. En contra de esa idea Larsen et al.[75] afirmaron que

la discriminación de D/R no depende de las pistas binaurales como la correlación interaural. Gourévitch et al.[55] propusieron que las reflexiones pueden contribuir a las claves binaurales de distancia cuando las propiedades reflectantes de la superficie son conocidas y estables, por ejemplo, el piso.

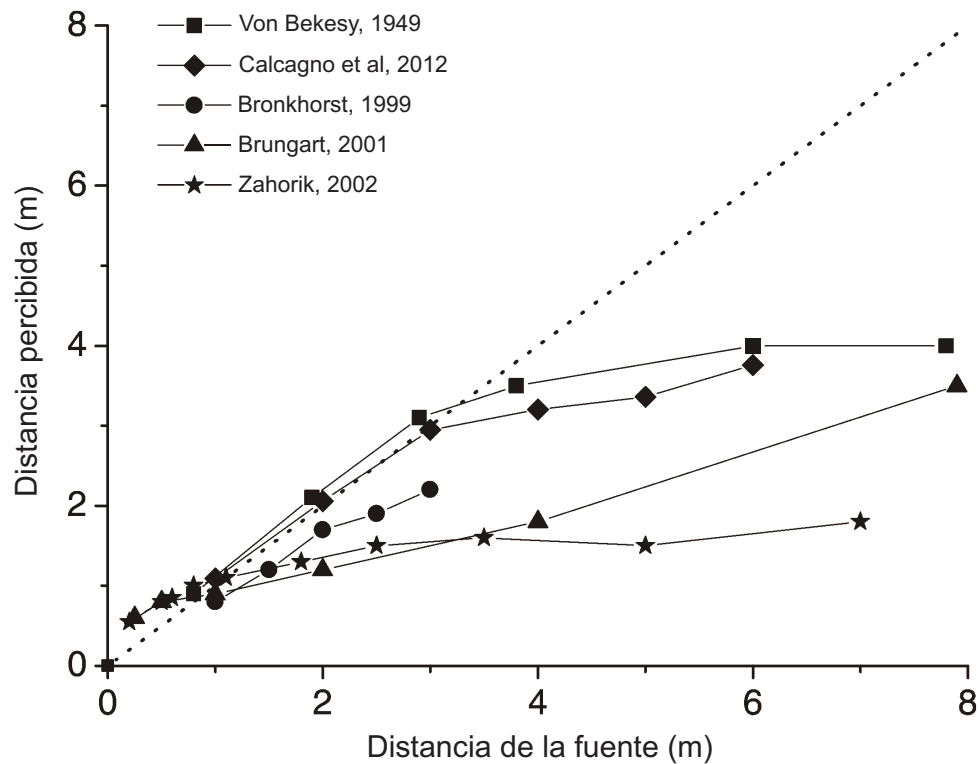
**Claves no acústicas** La existencia de marcas visuales atrae la localización percibida de una fuente sonora bajo ciertas condiciones. Este efecto ha sido ampliamente estudiado para la dimensión angular[105] y se conoce como ‘efecto ventrilocuo’. Gardner[50] fue el primero en reportar este efecto para la estimación de distancia de una fuente sonora. Mershon et al.[86] retoman esta idea y agregan que la tendencia a atraer la localización hacia la marca visual depende de el grado de discrepancia entre las claves de distancia visual y auditiva existentes. En estudios más recientes, Côté et al.[32] demuestran que el efecto ventrilocuo es asimétrico para la distancia y Kopčo et al.[69] y Hládek et al.[62] reportan las características residuales del mismo. Recientemente Calcagno et al.[24, 23] demostraron que la información visual afecta a la distancia aparente percibida ya que los sujetos pueden guardar en su memoria una representación del espacio para luego mejorar la estimación de la distancia a una fuente sonora.

Por último, la familiaridad con una fuente puede resultar en un indicio significativo al momento de estimar la distancia. Un oyente en un ambiente no familiar que oye una fuente sonora por primera vez tiene pocas pistas auditivas confiables para estimar la distancia de la fuente. Por otro lado, si el oyente es expuesto a presentaciones repetidas de la misma fuente sonora a diferentes distancias existe una mejora en las habilidades para procesar la información presente en ciertas pistas acústicas como los cambios relativos de intensidad[30] o la forma espectral[76].

**Desempeño de los sujetos** La habilidad de los seres humanos para estimar la distancia a una fuente sonora es, generalmente, mucho menos precisa que la habilidad para determinar la dirección angular de una fuente[158]. Numerosos estudios han reportado que, aún en condiciones de múltiples indicios, la PAD es pobre[22, 24, 156, 142, 19]. En la figura 4.6<sup>6</sup> podemos ver la distancia percibida versus la distancia estimada en varios estudios sobre PAD con diversos estímulos y entornos acústicos. Una constante entre ellos es la subestimación de las distancias lejanas y la sobreestimación de las distancias menores a 1 m. Esta figura sugiere que un fun-

---

<sup>6</sup>Adaptación de Calcagno[23].



**Figura 4.6:** Revisión de curvas de distancia percibida versus distancia de la fuente. Adaptación de Calcagno[23].

ción de potencia compresiva es una buena aproximación para la mayoría de los experimentos reportados de distancia. Esta función tiene la forma  $r' = kr^\alpha$ , donde  $r'$  es la distancia estimada,  $r$  la distancia física, y  $k$  y  $\alpha$  los parámetros que deben ajustarse con los datos experimentales. En su revisión de 2005, Zahorik et al.[158] analizaron 84 grupos de datos de 21 artículos y obtuvieron un valor para el exponente  $\alpha$  de alrededor de 0.4 y un valor de  $k$  ligeramente superior a 1. Esta compresión para distancias lejanas muchas veces fue relacionada con el concepto de ‘horizonte auditivo’[19, 156, 75]. Esta idea está asociada al momento en el que el D/R no presenta variación al variar la distancia (el campo directo se encuentra ‘enmascarado’ por el reverberante)[119], también conocida como distancia crítica. De este modo, se ha sugerido que el ‘horizonte auditivo’ depende de las características acústicas del entorno. En contra de esta hipótesis, Calcagno et al.[24] sugieren que este fenómeno también depende de factores no acústicos, como la presencia de múltiples pistas visuales durante y antes de los experimentos.

### § 4.3 RESÚMEN DE LOS PRINCIPALES INDICIOS UTILIZADAS POR EL SISTEMA AUDITIVO PARA LA LOCALIZACIÓN DE FUENTES SONORAS

A modo de conclusión, en la tabla 4.1 se muestra un resumen orientativo de los principales indicios utilizados por el sistema auditivo humano para localizar fuentes sonoras en el espacio tridimensional.

Dimensión	Claves principales	Claves secundarias
Acimut ( $\theta$ )	ITD (baja frecuencia) ILD (alta frecuencia)	Espectrales (tonos compuestos)
Elevación ( $\delta$ )	Filtrado del torso y la cabeza (baja frecuencia) Filtrado de la pinna (alta frecuencia)	Binaurales
Distancia ( $r$ )	Intensidad (clave relativa) D/R (en entornos reverberantes)	Espectrales (alta frecuencia) Binaurales (distancias cercanas)

**Tabla 4.1:** *Resumen de los principales indicios utilizadas por el sistema auditivo para la localización de fuentes sonoras.*

# Parte

---

## RESULTADOS



## - Capítulo 5 -

---

---

### Estudio teórico de una cavidad rectangular dentro de un cristal sónico

---

Las frecuencia y el ancho de banda de las resonancias en un recinto dependen de la geometría del mismo y de las propiedades absorbentes de los materiales utilizados en sus paredes. En las salas convencionales, éstas propiedades varían suavemente, tendiendo a aumentar la absorción al aumentar la frecuencia. En la búsqueda de un material permita controlar estas resonancias es que surge como alternativa la posibilidad de reemplazar las paredes de un recinto por cristales sónicos bidimensionales (CS). Al reemplazar las paredes por cristales sónicos, la absorción de las mismas pasa a ser una función más compleja de la frecuencia. También, las propiedades de reflexión de las paredes de cristal sónico pueden ser modificadas alterando la geometría de los mismo, variando en consecuencia las propiedades acústicas del campo sonoro dentro del recinto.

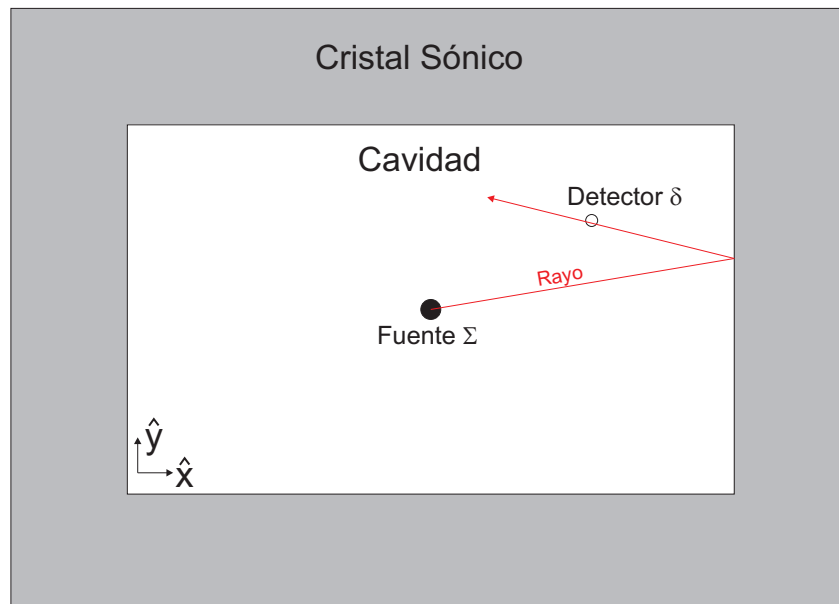
En el presente capítulo nos concentraremos en las propiedades de reflexión de los cristales sónicos para una configuración geométrica en particular: una cavidad rectangular grande<sup>1</sup> dentro de un cristal sónico como la que se ve en la figura 5.1. Estamos interesados en el comportamiento temporal del campo sonoro dentro de este *recinto*, y en como éste depende de la configuración geométrica del cristal sónico. Como la longitud característica de la cavidad es mucho mayor que el parámetro de red de la estructura cristalina podemos pensar la misma como una sala bidimensional con las paredes reemplazadas por cristales sónicos.

La magnitud que caracteriza completamente el campo sonoro dentro de un recinto es su respuesta impulso espacial, que corresponde a la presión sonora y velocidad de las partículas como una función de la posición y del tiempo dentro del recinto, luego de ser excitado utilizando

---

<sup>1</sup>Con respecto al parámetro de red del cristal sónico.

un pulso ideal de presión [111]. En este capítulo estamos interesados en obtener una magnitud levemente menos informativa para la cavidad dentro del cristal sónico: el vector intensidad como una función del tiempo para una cierta posición de la sala, que hemos denominado respuesta impulso energética direccional (EDIR<sup>2</sup>).



**Figura 5.1:** Representación esquemática de la cavidad a estudiar. La cavidad (blanco) se encuentra dentro de un cristal sónico (gris). Dentro de la cavidad se ubican la fuente  $\Sigma$  y el detector  $\delta$  utilizados para el método de trazado de rayos. Un rayo hipotético que sale de la fuente  $\Sigma$ , se refleja en la pared y atraviesa el detector puede verse en color rojo.

El capítulo comienza con una descripción de método híbrido en sus dos partes, el cálculo de las propiedades de reflexión de la estructura cristalina y el cálculo de la respuesta impulso energética direccional. Luego, se muestran los resultados obtenidos para tres configuraciones de CS (red cuadrada, red hexagonal y red hexagonal perturbada) conteniendo una cavidad de las mismas dimensiones. Estos resultados son discutidos analizando la naturaleza de las resonancias de banda ancha obtenidas y las condiciones para la reflexión total dentro de la cavidad. El capítulo cierra con unas breves conclusiones de los resultados obtenidos.

## § 5.1 MÉTODO HÍBRIDO

Para obtener la EDIR de la cavidad propondremos un método novedoso que combina el teoría de múltiple scattering de línea infinita desarrollado en el capítulo 3 con un método de

<sup>2</sup>Del inglés *energetic directional impulse response*.

trazado de rayos modificado[74]. El método híbrido propuesto fue desarrollado para reducir el tiempo de cómputo en comparación a métodos basados en la discretización temporal (como diferencias finitas –FDTD– o elementos finitos –FEMTD– en el dominio temporal), haciendo el estudio de variaciones paramétricas de la geometría de la cavidad y las propiedades reflectivas de las paredes computacionalmente plausible.

En el método propuesto, el primer paso consiste en derivar los índices de reflectividad y la probabilidad del ángulo de dispersión<sup>3</sup> para una sección infinita de cristal sónico utilizando el método descrito en la sección 3.4. Esto permite utilizar estas magnitudes como entrada para el método de trazado de rayos modificado ya que, en el contexto de la acústica geométrica, podemos considerar cada rayo como una porción de una onda plana que incide en una pared infinita. A continuación comenzaremos describiendo la idea general del método de trazado de rayos para luego desarrollar el cálculo de las matrices de reflexión y la obtención de la EDIR utilizando el método híbrido.

### 5.1.1. Método de trazado de rayos

El método de trazado de rayos describe la propagación del sonido bajo la aproximación de la acústica geométrica, utilizando rayos que corresponden a pequeñas porciones de ondas planas de una cierta frecuencia que proceden de una fuente ( $\Sigma$ ). Ésta aproximación es válida siempre y cuando la longitud de onda sea pequeña en comparación con la longitud típica del recinto a modelar[74]. Los rayos se propagan con energía y dirección constante dentro del recinto, y luego de incidir una pared cambian su energía y dirección de acuerdo con las propiedades de reflexión de la pared. Los rayos se reflejan una y otra vez dentro del recinto hasta que la energía decae por debajo de un valor mínimo  $E_{min}$ . Éste nivel de energía mínima es la que luego corresponde con el piso de ruido o debajo de la cual no hay niveles detectables (o apreciables) de intensidad sonora.

A partir de este cálculo, pueden calcularse una serie de parámetros acústicos y de la respuesta impulso energética para cualquier punto dentro de la cavidad, a condición de que se utilice un número suficiente de rayos durante el cómputo (generalmente varias decenas de miles)[74].

El método de trazado de rayos estándar en acústica incorpora reflexión especular y difusa, pero no difracción. En nuestro método, incorporaremos la difracción no trivial en las paredes

---

<sup>3</sup>A estos dos matrices las llamaremos de forma general *matrices de reflexión*, ya que con ambas se puede determinar la magnitud y dirección de un rayo reflejado en la sección de cristal sónico.

de cristal sónico a partir de los resultados obtenidos en la sección 3.4.

### 5.1.2. Matrices de reflexión

Cada segmento de rayo (entre reflexiones) se caracteriza por la dirección, energía y frecuencia de la onda asociada y, luego de una nueva reflexión, el rayo modifica su energía y dirección de acuerdo a las propiedades de reflexión de la pared en la cual se reflejó. La energía se determina multiplicando la energía incidente por un factor igual al índice total de reflectividad y la dirección depende del patrón de dispersión de la superficie reflectante. Este patrón indica cuanta energía se refleja en cada dirección pero, debido a que en el método de trazado de rayos un rayo no puede reflejarse en más de una dirección a la vez, esta magnitud se convertirá en una probabilidad de que el rayo sea reflejado en una dirección determinada.

En la sección 3.4 obtuvimos una magnitud que cuantifica la energía reflejada para una onda plana que de frecuencia  $f$  que incide en un CS formado por filas infinitas de cilindros con un ángulo incidente  $\alpha_i$  de la siguiente forma:

$$\mathcal{R}(f, \alpha_i, \alpha_r) = \begin{cases} \frac{|\cos\alpha_r|}{\cos\alpha_i} |C_\nu^-(f, \alpha_i)|^2 & \text{si } \alpha_r = \theta_\nu(f, \alpha_i) \\ 0 & \text{si } \alpha_r \neq \theta_\nu(f, \alpha_i) \end{cases} \quad (5.1)$$

donde  $C_\nu^-$  son los coeficientes de los órdenes de difracción obtenidos utilizando MST de línea infinita (ver ecuación 3.124) y  $\alpha_r$  es el ángulo con el que será reflejado la onda plana. Como en el método de trazado de rayos un rayo representa un pequeño frente de onda plano, las magnitudes obtenidas para ondas planas pueden utilizarse para calcular las propiedades de reflexión de los rayos indistintamente.

La reflectividad total puede ser calculada integrando la magnitud  $\mathcal{R}$  para todos los ángulos de reflexión  $\alpha_r$ , o de forma equivalente sumando la ecuación 5.1 en todos los ángulos de reflexión posibles  $\theta_\nu$  mientras que la dirección del rayo reflejado es seleccionada entre los posibles órdenes de difracción  $\nu$  utilizando probabilidades determinadas a partir de las amplitudes  $|C_\nu^-|$ . Para hacer los cálculos de reflexión (energía y dirección del rayo reflejado) más rápidamente, se pre-calculan dos magnitudes que pueden ser almacenadas en forma matricial: (a) el índice de reflectividad  $R_m(f, \alpha_i)$ , y (b) la densidad de probabilidades del ángulo de dispersión  $S_m(f, \alpha_i, \alpha_r)$ , que se definen de la siguiente manera:

$$R_m(f, \alpha_i) = \sum_{\theta_\nu} \frac{|\cos\theta_\nu|}{\cos\theta_\nu} |C_\nu^-(f, \alpha_i)|^2 \quad (5.2)$$

$$S_m(f, \alpha_i, \alpha_r) = \begin{cases} \frac{1}{\sum_{\alpha_r} C_\nu^-(f, \alpha_i)} C_\nu^-(f, \alpha_i) & \text{if } \alpha_r = \theta_\nu(f, \alpha_i) \\ 0 & \text{if } \alpha_r \neq \theta_\nu(f, \alpha_i) \end{cases} \quad (5.3)$$

Donde la matriz  $R_m(f, \alpha_i)$  es equivalente a la obtenida en la ecuación 3.127.

### 5.1.3. Obtención de la respuesta impulso energética

Una vez que todos los segmentos de rayo son calculados para una frecuencia determinada  $f$ , se selecciona un receptor  $\Delta$  de posición arbitraria dentro de la cavidad, tomando un disco de tamaño finito (detector) de radio  $\delta$  tal como se ve en la figura 5.1. Todos los segmentos de rayo que atraviesan el detector son extraídos, almacenando su tiempo de arribo  $t_n(f)$ , energía  $E_n(f)$  y dirección  $\alpha_n(f)$ . De este modo, una respuesta impulso energética direccional ( $H$ ) puede ser calculada para el par fuente/receptor elegido utilizando la siguiente expresión:

$$H_{\Sigma\Delta}(t, f, \alpha) = \sum_n \delta(t - t_n(f)) \delta(\alpha - \alpha_n(f)) E_n(f) \quad (5.4)$$

donde  $\delta$  es la función delta de Kronecker. Nótese que en esta ecuación el ángulo  $\alpha$  toma valores desde  $-\pi$  a  $\pi$  y se toma como el ángulo con la dirección  $\hat{x}$ .

Si bien la respuesta impulso energética direccional caracteriza completamente el comportamiento temporal, espectral y angular del vector intensidad instantánea para las posiciones seleccionadas de la fuente y el receptor, para facilitar la interpretación de los resultados derivaremos dos magnitudes de la misma: (a) la densidad de energía remanente (RED<sup>4</sup>), y (b) la densidad de energía angular (AED<sup>5</sup>); la primera conteniendo la información temporal y la segunda la información direccional de  $H$  como función de la frecuencia.

La densidad de energía remanente (RED( $f,t$ )) corresponde a la energía remanente en la cavidad al tiempo  $t$  para una frecuencia particular  $f$  y es obtenida integrando sobre todos los ángulos de arribo de segmentos de rayos al detector ( $\alpha$ ), y luego integrando hacia atrás en el tiempo (este método es llamado comunmente integral de Schroeder[118]):

<sup>4</sup>Del inglés *remaining energy density*

<sup>5</sup>Del inglés *angular energy density*

$$RED(f, t) = \int_{\tau=t}^{\infty} \int_{\alpha=-\pi}^{\pi} H(\tau, f, \alpha) d\alpha d\tau. \quad (5.5)$$

La densidad de energía angular ( $AED(f, t)$ ), en cambio, corresponde a la intensidad integrada para todos los tiempos como una función del ángulo de arribo  $\alpha$  y la frecuencia  $f$ , y es calculada integrando directamente sobre el tiempo de la siguiente forma:

$$AED(f, \alpha) = \int_{t=0}^{\infty} H(t, f, \alpha) dt. \quad (5.6)$$

Estas dos magnitudes serán estudiadas para una cavidad dentro de un CS con diferentes configuraciones geométricas.

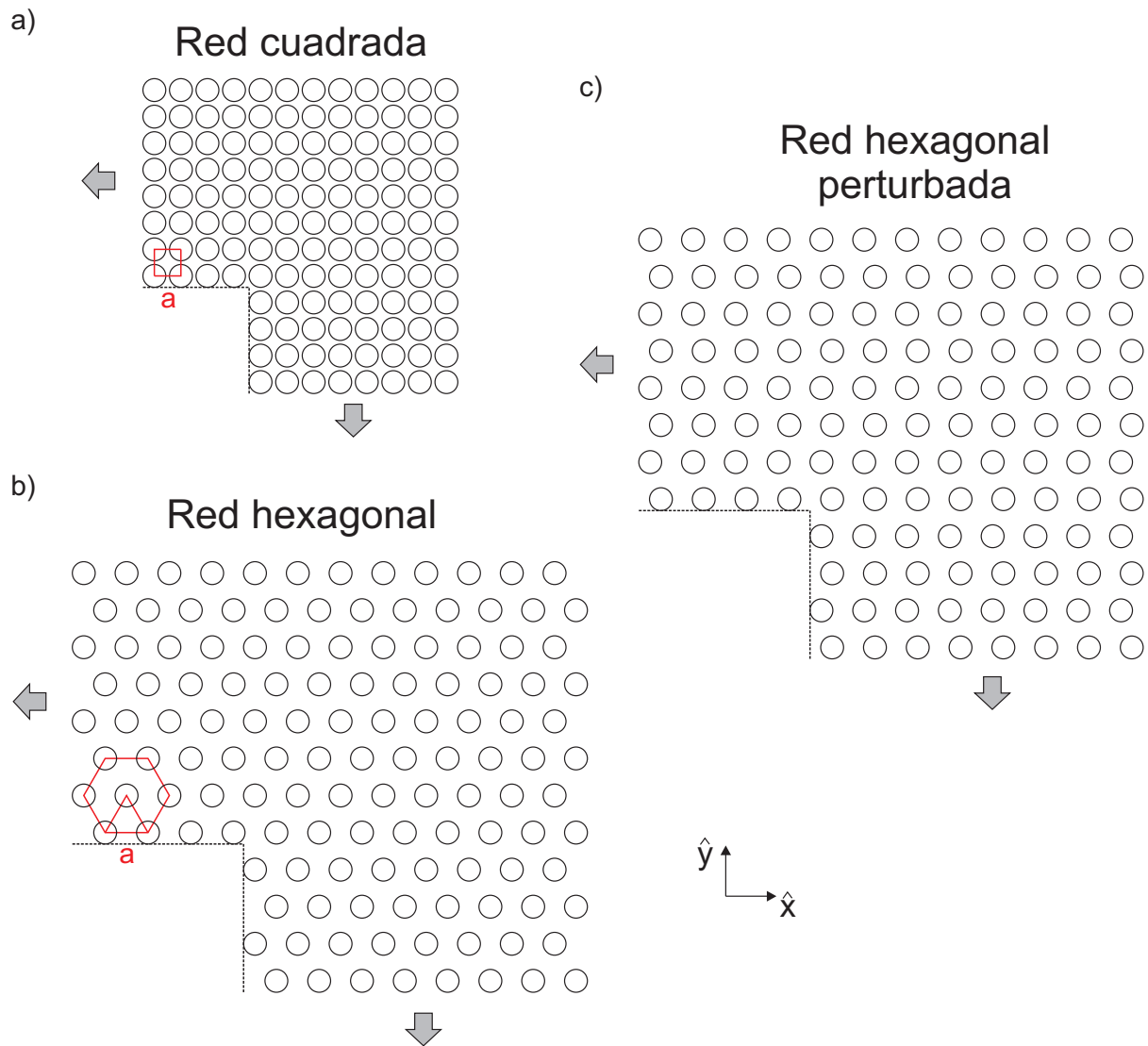
## § 5.2 RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de las magnitudes promediadas de la EDIR ( $RED(f, t)$  y  $AED(f, \alpha)$ ) utilizando el método híbrido desarrollado en la sección anterior. Nuestro interés se centra en cómo la EDIR de la cavidad se modifica al variar la geometría de la red de las paredes de CS. Para esto exploraremos tres configuraciones diferentes: (i) un CS de red cuadrada, (ii) un CS de red hexagonal, y (iii) un CS de red hexagonal perturbada<sup>6</sup>. En todos los casos las paredes de CS consisten de 8 filas de cilindros rígidos de radio  $R = 0,08m$  rodeados por aire. La cavidad rectangular tiene las siguientes dimensiones arbitrarias  $L_x = 7,61 m \hat{x}$  y  $L_y = 4,63 m \hat{y}$  y, ya que discutiremos la analogía con una sala real, conservaremos los valores numéricos de las dimensiones y frecuencias, en lugar de utilizar magnitudes adimensionales. En la figura 5.2 puede verse una representación esquemática del límite superior derecho de la cavidad para cada una de las configuraciones de la red cristalina que se estudiarán a continuación.

### 5.2.1. Red cuadrada

Para la primera configuración a analizar, las paredes de la cavidad son un CS de red cuadrada con parámetro de red  $a = 0,1861 m$ . Como la cavidad es rectangular y la red es simétrica con respecto a una rotación de ángulo recto, las propiedades de reflexión son las mismas para todas sus paredes (ver figura 5.2 a).

<sup>6</sup>Más adelante se explicará en detalle en qué consiste esta perturbación.



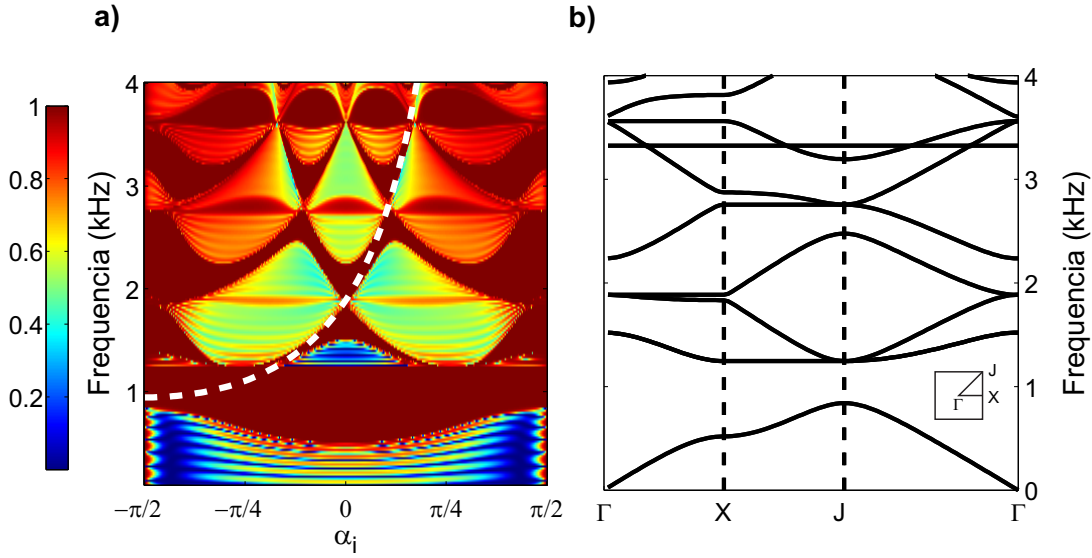
**Figura 5.2:** Representación esquemática del vértice superior derecho de la cavidad para cada una de las configuraciones de la red cristalina que se estudiarán: i) red cuadrada, ii) red hexagonal, iii) red hexagonal perturbada. En línea punteada negra aparece el límite de la cavidad y en rojo pueden verse los parámetros de red así como las celdas primitivas de cada una de las configuraciones sin perturbar. La perturbación de la red hexagonal perturbada consiste en un desplazamiento de las filas pares  $a/4$  hacia la derecha en la dirección  $\hat{x}$ .

El primer paso del método híbrido es obtener las propiedades de reflexión de las paredes de CS. Como se explicó anteriormente, al ser las longitudes de onda considerablemente menores a las dimensiones de la cavidad, utilizaremos el MST de línea infinita para calcular las propiedades reflectivas de las paredes. Para realizar estos cálculos necesitamos tres parámetros de entrada: el rango de ángulos de incidencia  $\alpha_i$  a estudiar; el rango de frecuencias  $f$  a estudiar; y la configuración de la estructura cristalina del CS definido. Ésta última se encuentra definida por los vectores del  $\mathbf{R}_l$  y  $\mathbf{R}_\alpha$ , como aparece en la ver figura 3.8. El rango de ángulos incidentes  $\alpha_i$  estudiado abarca de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$  ya que son todos los ángulos en los que un rayo puede incidir en la pared. En cuanto a las frecuencias, para estos cálculos se cubre el rango de 0,1 a 4 kHz. Para la red cuadrada, la posición del cilindro central de la fila  $l$  está dada por  $\mathbf{R}_l = la\hat{X}$  y la posición del cilindro  $\alpha$  de la fila  $l$  por  $\mathbf{R}_\alpha = \alpha a\hat{Y}$ . Debido a la naturaleza discreta de la simulación, el rango de  $\alpha_i$  se muestreó cada  $\pi/400$  y el rango de  $f$  cada 20 Hz.

En la figura 5.3 a) se muestra la matriz de reflectividad ( $R_m$ ) obtenida utilizando MST de línea infinita para una red cuadrada con los parámetros definidos anteriormente. A modo de referencia, en la figura 5.3 b) puede verse el diagrama de bandas de la red, calculado utilizando el método de expansión con ondas planas descrito en el capítulo 2.

En la matriz de reflectividad  $R_m(f, \alpha_i)$  se observan dos características: la existencia de regiones de reflectividad igual a uno (reflexión total) y la presencia de oscilaciones en la proximidad de estas regiones. Las regiones de reflexión total pueden ocupar una banda de frecuencia completa, es decir, para todos los ángulos de incidencia posibles (como ocurre entre 0,865 y 1,25 kHz) o ubicarse en regiones de ángulo-frecuencia formando patrones en forma de 'M', donde la reflexión total ocurre solo para ciertos ángulos de incidencia. Cuando se comparan éstas regiones con el diagrama de bandas resulta evidente que las bandas de frecuencias con reflexión total corresponden a bandas prohibidas (BG) totales del CS mientras que los patrones con forma de 'M', en cambio, corresponden a regiones donde el CS tiene BG parciales. Como se dijo en la sección 3.4, las oscilaciones que aparecen en la reflectividad están relacionadas con resonancias de Fabry-Perot y su número es directamente proporcional a la cantidad de filas del CS (ocho en nuestro caso).

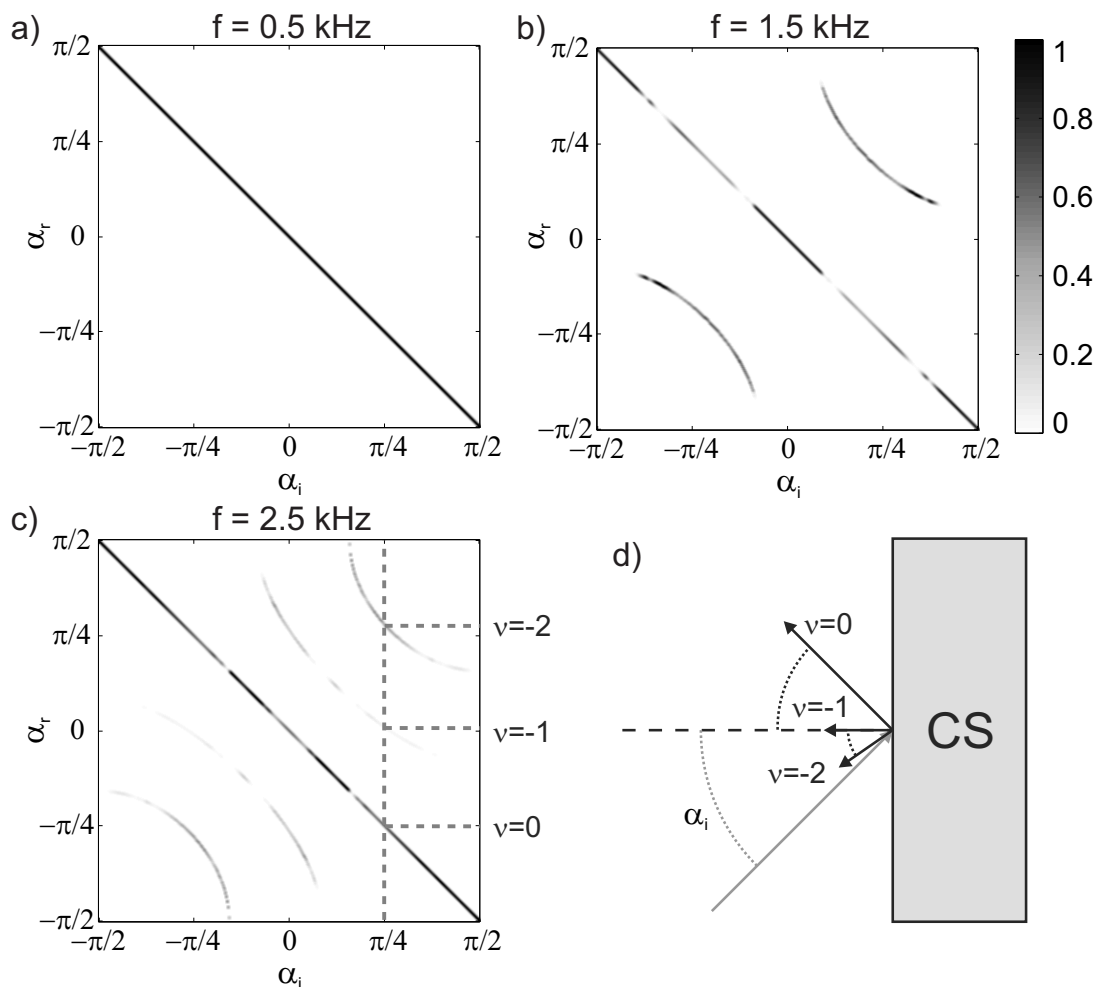
La densidad de probabilidades del ángulo de dispersión  $S_m(f, \alpha_i, \alpha_r)$  representa, para una frecuencia  $f$  y ángulo de incidencia  $\alpha_i$  dados, la probabilidad que posee un rayo de ser reflejado con un ángulo  $\alpha_r$ . El análisis de  $S_m(f, \alpha_i, \alpha_r)$  resulta más complejo que el de  $R_m(f, \alpha_i)$  ya que en este caso se trata de un arreglo tridimensional. Una forma simple de interpretar esta magnitud



**Figura 5.3:** a) Matriz de reflectividad,  $R_m(f, \alpha_i)$ , para un cristal sónico de red cuadrada ( $a = 0,1816 \text{ m}$ ,  $R = 0,08 \text{ m}$ ) obtenida utilizando MST de fila infinita. Esta matriz contiene el coeficiente de reflexión para cada frecuencia ( $f$ ) y ángulo de incidencia ( $\alpha_i$ ). La línea de puntos blanca corresponde al comienzo de una de los primeros órdenes de Bragg dado por  $\frac{ka}{2\pi}(\sin\alpha_i - 1) = -1$ . b) Diagrama de bandas para la misma red calculado utilizando PWE. El eje horizontal corresponde al camino  $\Gamma$ -X-J- $\Gamma$  en la primera zona de Brillouin (detalle).

es graficar la probabilidad de que un rayo que incide en la interfaz con un ángulo  $\alpha_i$  sea reflejado con un ángulo de reflexión  $\alpha_r$  para una frecuencia  $f$  dada. De acuerdo con esto, en las figuras 5.4 a), b) y c) se muestran cortes en el plano  $\alpha_i$ - $\alpha_r$  de esta matriz para frecuencias constantes de  $f = 0,5 \text{ kHz}$ ,  $f = 1,5 \text{ kHz}$  y  $f = 2,5 \text{ kHz}$ , respectivamente. En estas figuras, el nivel de gris de la línea corresponde al valor de la probabilidad de que un rayo con frecuencia asociada  $f$  y ángulo de incidencia  $\alpha_i$  se refleje con un ángulo  $\alpha_r$ . Para una pared de CS construida con filas infinitas los únicos valores posibles de  $\alpha_r$  corresponden con los ángulos de difracción ( $\theta_\nu$ ) tal como se muestra en la figura 5.4 b).

La figura 5.4 a) ( $f=0,5 \text{ kHz}$ ) muestra un ejemplo de reflexión 100% especular, esto significa que la totalidad de los rayos con frecuencia 0,5 kHz que incidan en la pared serán reflejados de manera especular, es decir, con  $\alpha_r = \alpha_i$ . A medida que aumenta la frecuencia, otros órdenes de difracción comienzan a tener lugar, permitiendo reflexiones con ángulos distintos de  $\alpha_i$ . De esta manera, las matrices que se muestran en las figuras 5.4 b) y c) ( $f=1,5 \text{ kHz}$  y  $f=2,5 \text{ kHz}$ , respectivamente) poseen valores no nulos de probabilidad sólo para los ángulos  $\alpha_r$  correspondientes a los distintos órdenes de difracción, desde  $\nu = 0$  que corresponde con la anti diagonal (reflexión especular) hasta órdenes superiores que aparecen como subsiguientes arcos concéntricos. En la



**Figura 5.4:** Densidad de probabilidades del ángulo de dispersión  $S_m$  para un cristal sónico de red cuadrada de 8 filas utilizando MST. La densidad de probabilidades del ángulo de dispersión  $S(f, \alpha_i, \alpha_r)$  contiene la probabilidad de que un rayo con ángulo de incidencia  $\alpha_i$  y frecuencia asociada  $f$  sea reflejado con un ángulo  $\alpha_r$ . Se muestran tres cortes bidimensionales (en  $\alpha_i$ - $\alpha_r$ ) de la matriz  $S_m$  para frecuencias de a) 0,5 b) 1,5 y c) 2,5 kHz. d) Representación esquemática de un rayo incidiendo en el cristal sónico con ángulo de incidencia  $\alpha_i = \pi/4$  y los rayos reflejados con los correspondientes órdenes de difracción: especular ( $\nu = 0$ ) y reflexiones de órdenes superiores ( $\nu = -1, -2$ ). Como referencia, este ángulo de incidencia es trazado en la matriz  $S_m$  para  $f = 2,5$  kHz, mostrando la intersección con las reflexiones.

figura 5.4 c) se muestran los tres posibles  $\alpha_r$  para un rayo incidiendo en la pared con  $\alpha_i = \pi/4$ , que corresponden con los modos de difracción de órdenes  $\nu = 0$ ,  $\nu = -1$  y  $\nu = -2$ . De cada una de estas intersecciones se obtiene un valor de probabilidad de que ese rayo sea reflejado en cada una de las tres posibles direcciones que aparecen esquematizadas en la figura 5.4 d).

Una vez obtenidas  $R_m$  y  $S_m$ , se puede comenzar la simulación del trazado de rayos utilizando estas matrices como parámetros de entrada. En este primer caso, la fuente  $\Sigma$  fue colocada en el

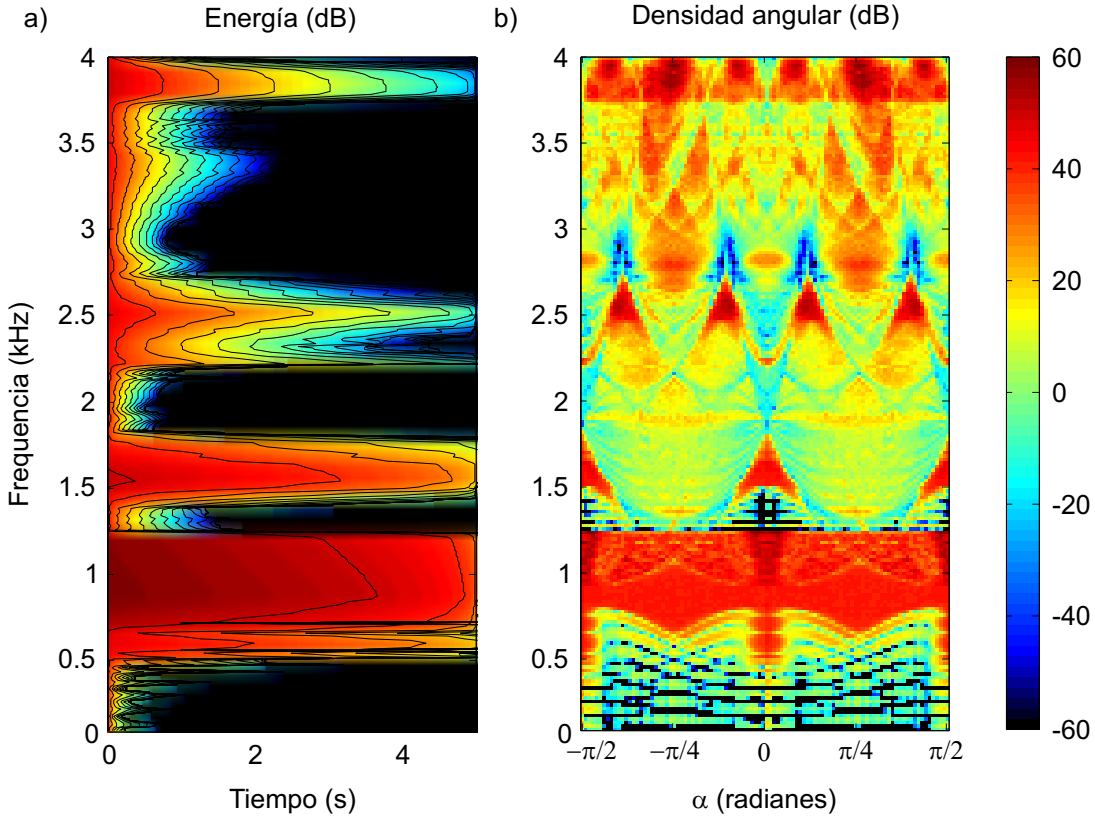
centro de la cavidad y un detector circular de radio  $\delta = a/2$  se posicionó en la posición arbitraria:  $\Delta_x = 1,17 \text{ m } \hat{x}$  y  $\Delta_y = 0,58 \text{ m } \hat{y}$ , relativa al centro de la cavidad. Se realizaron corridas cortas preliminares (con número de rayos  $N=20000$ ) para verificar la influencia de las posiciones de la fuente y el detector en las magnitudes derivadas de la EDIR promediada, comprobando que los resultados no son fuertemente dependientes de estos parámetros. El número de rayos utilizados para el cálculo final fue  $N = 100000$  y cada uno de estos fue continuado hasta que su energía decayó 60 dB ( $E_{min}$ ). Se incorporó al modelo la absorción del aire en función de la frecuencia utilizando datos estándar de tablas[111].

La figura 5.5 ilustra las magnitudes promediadas de la EDIR para la cavidad dentro de un CS de red cuadrada. En la figura 5.5 a) se muestra la RED en la que pueden verse resonancias para ciertas bandas de frecuencia en las que la energía permanece en la cavidad por largos períodos de tiempo. La resonancia más larga y ancha corresponde con el BG total de la red (0,865 a 1,25 kHz), mientras que otras resonancias más cortas ocurren para bandas de frecuencia más angostas donde la red presenta bandas prohibidas parciales.

Del mismo modo, en la figura 5.5 podemos ver a la densidad de energía angular. En esta magnitud puede verse a simple vista que la energía se localiza en una cierta región angular para las resonancias correspondientes a bandas prohibidas parciales (alrededor de 1,5 y 2,5 kHz). Por ejemplo, para la banda cercana a 1,5 kHz podemos ver tres regiones triangulares de alta densidad de energía (para  $\alpha = -\pi/2$ ,  $\alpha = 0$  y  $\alpha = \pi/2$ ). Esto significa que los rayos prefieren ciertas direcciones de propagación dentro de la cavidad, es decir que el campo sonoro es fuertemente anisótropo. En contraste, para la banda prohibida total la densidad de energía angular es prácticamente constante para todos los valores de  $\alpha$ . Vale la pena recordar que, como se dijo anteriormente, estos resultados son independientes de la posición fuente/receptor elegida.

### 5.2.2. Red hexagonal

En esta sección se calculará la EDIR para la misma cavidad que la sección anterior pero dentro un CS de red hexagonal y parámetro de red  $a = 0,3 \text{ m}$ . A diferencia de la red cuadrada, en el caso de la red hexagonal las propiedades de reflexión de cada pared (en las direcciones  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ ) son diferentes debido a la falta de simetría de la estructura relativa a una rotación de ángulo recto (ver figura 5.2 b). Es por esto que para caracterizar las propiedades de reflexión de todas las paredes de la cavidad, es necesario realizar dos cálculos de MST con diferentes vectores posición para los cilindros.



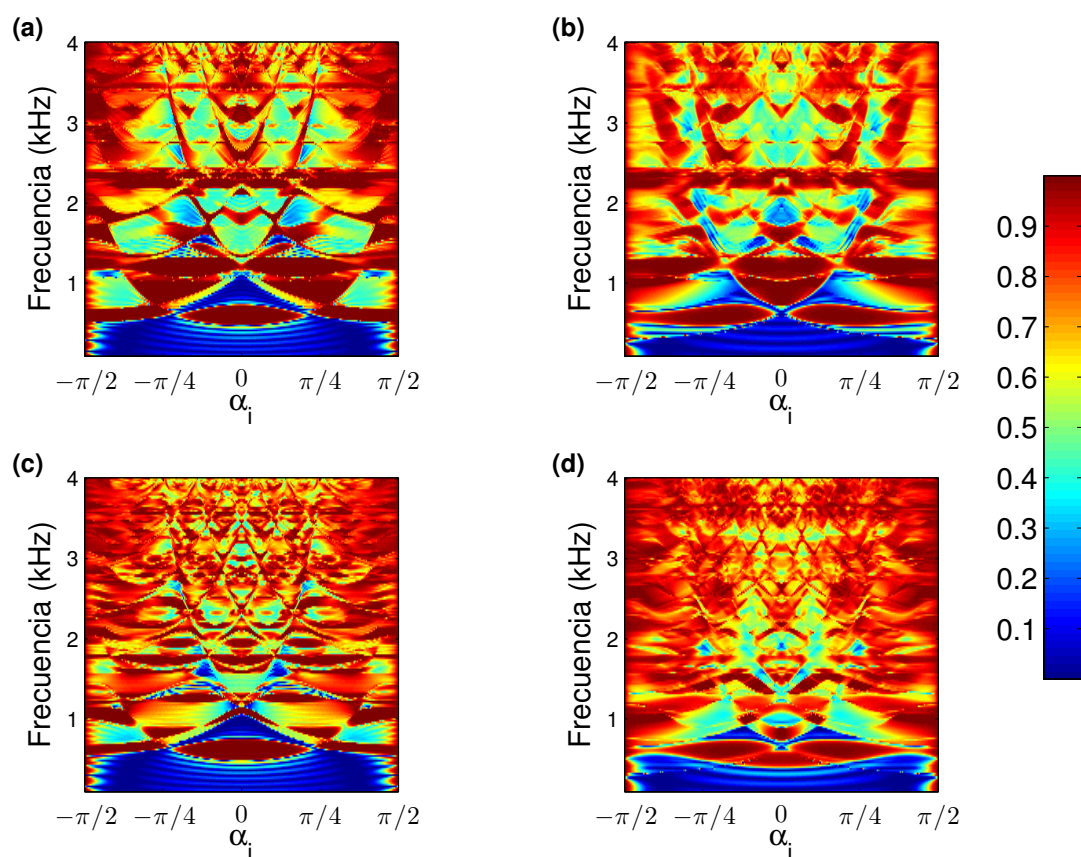
**Figura 5.5:** *Magnitudes promediadas de la respuesta impulso energética direccional para una cavidad dentro de un cristal sónico de red cuadrada con los mismos parámetros que en la figura 5.3. a) Densidad de energía remanente ( $RED(f, t)$ , ver ecuación 5.5), que muestra la evolución temporal de la energía remanente en la cavidad en la posición del receptor en función de la frecuencia. b) Densidad de energía angular ( $AED(f, t)$ , ver ecuación 5.6), que muestra la distribución angular de la energía de los rayos que arriban al detector integrada en el tiempo (en dB/Hz) como función de la frecuencia.*

Los ángulos de incidencia estudiados son los mismos que en el caso de la red cuadrada mientras que, como se dijo anteriormente, la definición de la estructura cristalina depende de la orientación de la pared. Para la pared orientada a lo largo de la dirección  $\hat{x}$ , los vectores posición están dados por:  $\mathbf{R}_l^{\hat{x}} = l\sqrt{3}/2a \hat{X} + a/2[l \text{ es par}] \hat{Y}$  y  $\mathbf{R}_\alpha^{\hat{x}} = \alpha a \hat{Y}$ . Mientras que para la pared orientada a lo largo de la dirección  $\hat{y}$  los vectores son:  $\mathbf{R}_l^{\hat{y}} = la/2 \hat{X} + \sqrt{3}/2a [l \text{ es par}] \hat{Y}$  y  $\mathbf{R}_\alpha^{\hat{y}} = \alpha\sqrt{3}a \hat{Y}$ .

Las figuras 5.6 a) y b) ilustran la matriz de reflectividad ( $R_m$ ) de las paredes orientadas a lo largo de la dirección  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ , respectivamente. Para comparar fácilmente los resultados con los obtenidos para la red cuadrada, mantuvimos constante el cociente  $\lambda/a$  ajustando la frecuencia máxima de la simulación en 2,5 kHz. En este caso, no hay bandas prohibidas totales, y todas las regiones de reflexión ocurren para un cierto rango de ángulos de incidencia. También se

evidencian diferencias en estas regiones al comparar las matrices  $R_m$  para ambas orientaciones. Por ejemplo, se observa un patrón más intrincado en la matriz  $R_m$  correspondiente a la pared orientada a lo largo de la dirección  $\hat{y}$ , especialmente para frecuencias mayores a 1 kHz. Esto resulta razonable ya que esta pared no está tiene su interfaz a lo largo de ningún eje primitivo de la estructura cristalina.

Los parámetros del cálculo de trazado de rayos son los mismos que en la red cuadrada con excepción de la posición de la fuente, la cual se encuentra desplazada  $L_x/4$  en la dirección  $\hat{x}$  positiva.



**Figura 5.6:** Matriz de reflectividad  $R_m$  para un cristal sónico de red hexagonal (a,b) y red hexagonal desplazada (c,d) obtenidas utilizando MST de línea infinita. El parámetro de red es  $a = 0,3$  m y el radio de los cilindros  $R = 0,08$  m. La red desplazada se obtiene desplazando las filas impares una distancia de  $a/4$  en la dirección  $\hat{x}$ . Las gráficas de la izquierda (a,c) corresponden a las paredes orientadas en la dirección  $\hat{x}$  y las gráficas de la derecha (b,d) a las paredes orientadas en la dirección  $\hat{y}$ .

### 5.2.3. Red hexagonal perturbada

Para el último caso, introducimos una perturbación en la red hexagonal desplazando las filas impares una distancia de  $a/4$  en la dirección positiva de las  $\hat{x}$ . Luego del desplazamiento, los vectores posición de los cilindros para la pared orientada a lo largo de la dirección  $\hat{x}$  están dados por:  $\mathbf{R}_l^{\hat{x}} = l\sqrt{3}/2a \hat{X} + 3a/4[l \text{ es par}] \hat{Y}$  y  $\mathbf{R}_\alpha^{\hat{x}} = \alpha a \hat{Y}$ . Y para la pared orientada a lo largo de la dirección  $\hat{y}$  los vectores son:  $\mathbf{R}_l^{\hat{y}} = a/2(l + [l \text{ es par}]/2) \hat{X} + \sqrt{3}/2a[l \text{ is even}] \hat{Y}$  y  $\mathbf{R}_\alpha^{\hat{y}} = \alpha\sqrt{3}a \hat{Y}$ . Los parámetros de cálculo del método de trazado de rayos permanecen iguales a los utilizados en la red hexagonal sin la perturbación.

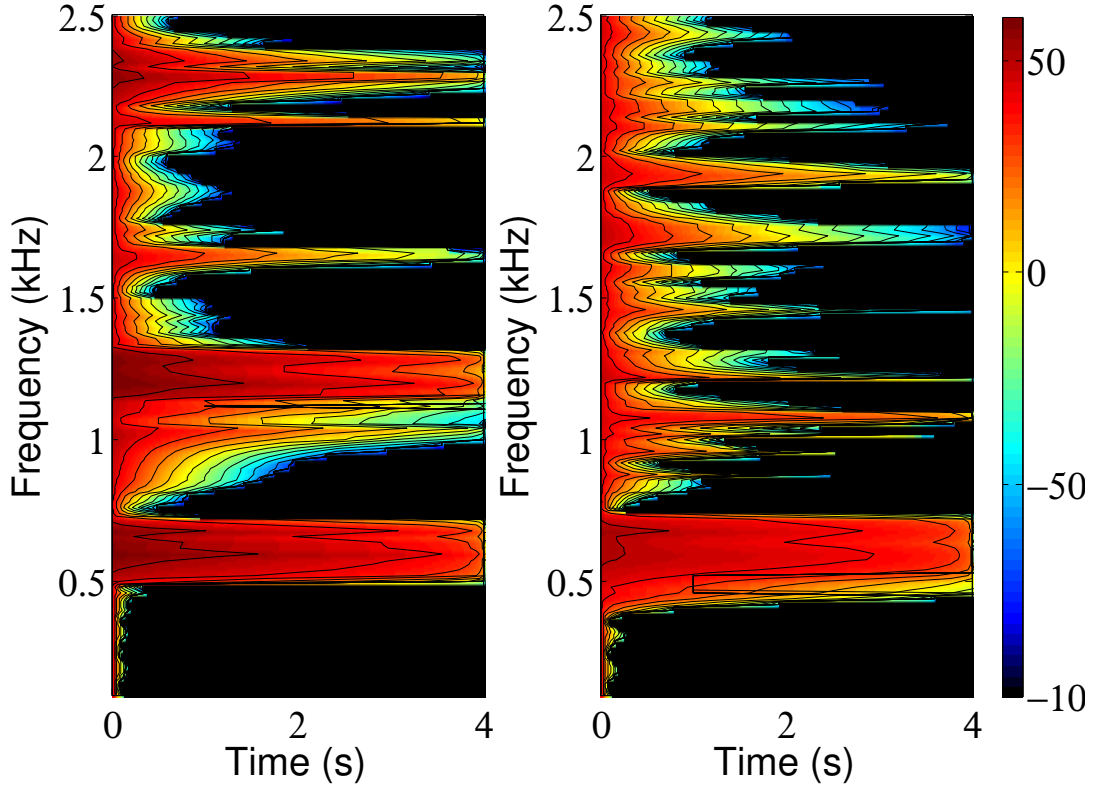
Las figuras 5.6 c) y d) ilustran la matriz de reflectividad ( $R_m$ ) de las paredes de la red hexagonal perturbada orientadas a lo largo de la dirección  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ , respectivamente. Comparando estas matrices con las correspondientes al caso sin perturbar, puede verse que el principal efecto de la perturbación es reducir el tamaño de las regiones de reflexión total por encima de 1 kHz. De este modo, a medida que la red se vuelve menos simétrica, la complejidad de la matriz  $R_m$  aumenta.

La figura 5.7 muestra la RED de la cavidad para el caso de paredes de CS de red hexagonal (a) y hexagonal perturbada (b). En estos casos las resonancias más fuertes se observan para el primer BG parcial de la red (entre 0,5 y 0,7 kHz), y resonancias más cortas tienen lugar en las siguientes bandas prohibidas parciales. El principal efecto de la perturbación es extender en frecuencia y reducir la duración de la resonancia más fuerte, así como disminuir las resonancias de frecuencia más alta a picos más pequeños, generando una respuesta impulso energética más distribuida espectralmente.

## § 5.3 REFLEXIÓN TOTAL

Como se mostró en la sección anterior, existen bandas de reflexión total en las que la energía queda atrapada dentro de la cavidad por largos períodos de tiempo, estas bandas son las principales responsables de las resonancias dentro de la misma. En esta sección analizaremos las causas y consecuencias de estas bandas de reflexión total partiendo de los resultados previamente obtenidos.

Comenzaremos analizando la matriz de reflectividad  $R_m(f, \alpha_i)$ , definida por la ecuación 5.2 y graficada en las figuras 5.3 y 5.6 para las redes cuadrada y hexagonal respectivamente. Una



**Figura 5.7:** Evolución temporal de la energía remanente  $RED(f,t)$  dentro de la cavidad con paredes de cristal sónico (a) de red hexagonal y (b) de red hexagonal perturbada, utilizando los mismos parámetros que en la red cuadrada (figura 5.6).

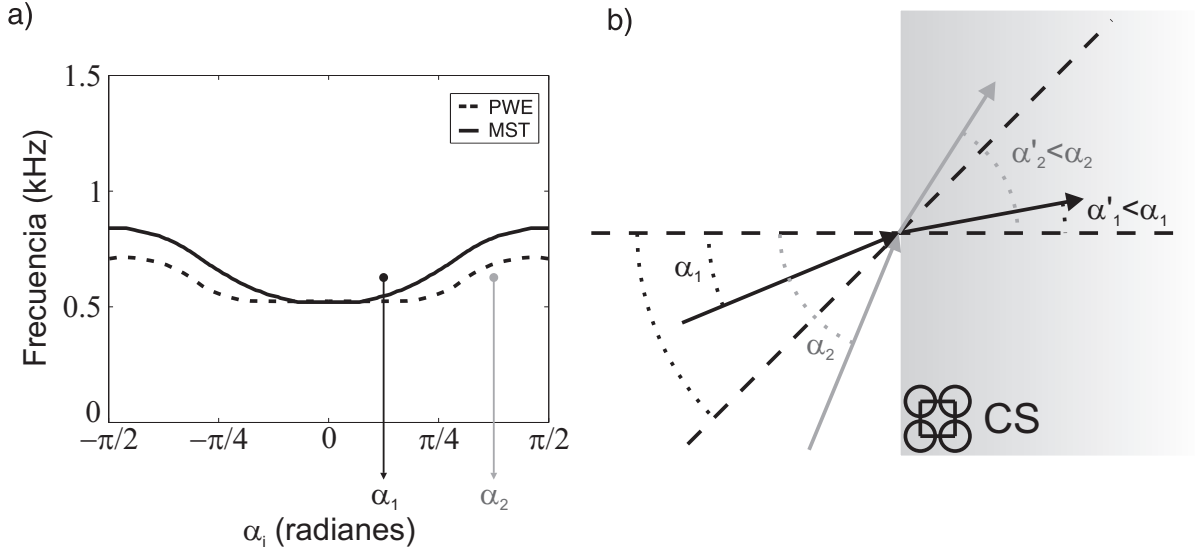
característica común que emerge de estas gráficas es la estructura de arcos, correspondientes a los consecutivos órdenes de difracción. Como referencia, una curva para el comienzo del primer orden  $\frac{ka}{2\pi}(\sin\alpha_i - 1) = -1$  se muestra en la figura 5.3 a) y los órdenes subsiguientes se obtienen como múltiplos enteros de esta curva así como con reflexiones de la misma a lo largo del eje de incidencia normal. Esta estructura es una consecuencia directa de la periodicidad de los cilindros a lo largo de la dirección tangencial de la porción de CS, que actúan como una red de difracción, y puede ser obtenida con sólo una fila de cilindros. A medida que se agregan más filas se desarrollan áreas de reflexión total ( $R_m = 1$ ) a ambos lados de las curvas. Además, las oscilaciones que pueden verse bordeando las zonas de reflexión total corresponden a interferencias de Fabry-Pérot en el CS[116]. Nótese que, para la red hexagonal a lo largo de la dirección  $\hat{y}$  (figura 5.6.b), el número de órdenes de difracción es mayor, y el espacio entre ellos es menor por un factor de  $1/\sqrt{3}$  debido a que la separación de los cilindros en la superficie (red de difracción) aumenta con un factor de  $\sqrt{3}$ .

Debido a que el CS es bidimensional (o, de forma equivalente, los cilindros se consideran

infinitos) se espera que, para las bandas prohibidas, la energía de las ondas incidentes no pueda propagarse dentro del CS, siendo reflectadas dentro de la cavidad formando zonas de reflexión total en la matriz  $R_m$ . Esto explica la banda de reflexión total para todos los ángulos de incidencia que puede verse entre 0,865 and 1,25 kHz para la red cuadrada, correspondiendo a la banda prohibida total del CS que se observa en su diagrama de bandas.

Un caso más complejo es el de los BG parciales, ya que en estos casos la reflexión total ocurre sólo ciertos de ángulos de incidencia y es por eso que la predicción de zonas de reflexión total requiere de cálculos más elaborados. Una buena aproximación puede ser obtenida utilizando el método de PWE y la ley de Snell. Aún cuando ambos abordajes son válidos solo para medios semi infinitos, los resultados obtenidos son muy similares a los obtenidos utilizando MST para un número suficiente de filas infinitas (por lo menos para las primeras bandas de frecuencia). Para obtener estas zonas utilizando PWE y ley de Snell se procede de la siguiente forma. A partir de la relación de dispersión obtenida utilizando PWE se deriva la velocidad de grupo  $c_g$  como el gradiente de las bandas  $\omega(\mathbf{k})$  en el espacio recíproco tal como se explicó en la sección 2.4. Luego, se obtiene el índice efectivo de refracción  $n_{eff}=1/c_g$  como una función del vector de onda  $\mathbf{k}'$ , que es el vector de onda dentro del CS. Finalmente, para una frecuencia fija y utilizando la ley de Snell con  $n_{eff}(\mathbf{k}')$ , obtenemos todas las posibles direcciones de incidencia ( $\mathbf{k}$ ) correspondientes a vectores  $\mathbf{k}'$  que pueden propagarse dentro del CS para dicha frecuencia. De esta forma, los ángulos de incidencia de los vectores  $\mathbf{k}$  obtenidos corresponden a modos que *sí* pueden propagarse dentro del CS, y para los cuales la reflexión total *no* ocurre. En otras palabras, las regiones de reflexión total están formadas por los vectores de onda  $\mathbf{k}$  que no pueden excitar ningún modo de propagación dentro del CS. Para cristales sónicos con un número finito de filas, éstas regiones son más angostas ya que, aún cuando no existen modos propagantes, existen ondas evanescentes que atraviesan el CS y se acoplan con el campo acústico al otro lado del CS (efectos tipo *tunneling*[153]).

En la figura 5.8 a) se muestran los resultados para el límite inferior de la primera banda de reflexión total de la matriz  $R_m$  para una red cuadrada semi infinita utilizando PWE (línea punteada), y MST de línea infinita para un CS de 16 filas (línea sólida). La diferencia entre estas dos curvas para ángulos de incidencia oblicuos se debe al tamaño finito de la pared. Algo que puede notarse rápidamente en ambas curvas es la falta de simetría con respecto a un ángulo



**Figura 5.8:** Predicción de las zonas de reflexión total para un medio semi infinito utilizando PWE y ley de Snell vs. MST de línea infinita. a) Límite de la primer banda de reflexión total para la matriz  $R_m$  de un medio semi infinito de red cuadrada calculado utilizando PWE (línea punteada), y MST de línea infinita para un CS de 16 filas (línea sólida). b) Representación esquemática de dos rayos incidiendo un cristal sónico de red cuadrada con los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , que son simétricos respecto a la dirección  $\pi/4$ . El rayo que incide con el ángulo  $\alpha_1$  es refractado hacia la dirección normal prohibida (y no se puede propagar dentro del cristal sónico), mientras que el otro rayo es refractado hacia la dirección permitida  $\pi/4$ .

de incidencia de  $\pi/4$ , aún cuando este sea un eje de simetría del cristal. Esto puede explicarse fácilmente con la ayuda de la acústica geométrica. Para esta banda de frecuencias en particular, las direcciones de propagación prohibidas están cerca de los ángulos de incidencia normal y tangencial (vector apuntando a  $X$  en la celda primitiva, ver figura 5.3 b) ), y las direcciones de propagación permitidas están cerca de ángulos de incidencia de  $\pm\pi/4$  (vector apuntando  $J$  en la celda primitiva). La falta de simetría aparece porque  $n_{eff}$  es siempre mayor a uno y ocurre que los rayos con ángulos de incidencia pequeños son refractados hacia la dirección normal prohibida, mientras que los rayos oblicuos son refractados lejos la dirección tangencial prohibida. Esto se ilustra en la figura 5.8 b) utilizando dos rayos con ángulos de incidencia  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , que son equidistantes a la dirección  $\pi/4$  y tienen una frecuencia asociada tal que el primero (segundo) rayo corresponde a un vector de onda  $\mathbf{k}'$  prohibido (permitido) dentro del CS.

## § 5.4 RESONANCIAS DE LA CAVIDAD

A continuación analizaremos las resonancias observadas en las densidades de energía remanentes de las figuras 5.5 y 5.7. Estas resonancias corresponden a rayos que persisten dentro de la cavidad por varios segundos, sufriendo cientos de reflexiones en las paredes. Sólo los rayos con combinaciones de frecuencias y ángulos de incidencia con índice de reflectividad muy cercano a uno sobrevivirán luego de un número tan alto de reflexiones. Además, como la cavidad es rectangular se requiere que la reflexión total ocurra para ciertos ángulos de incidencia así como para sus ángulos complementarios, ya que los rayos rebotan entre paredes orientadas a lo largo de las direcciones  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ .

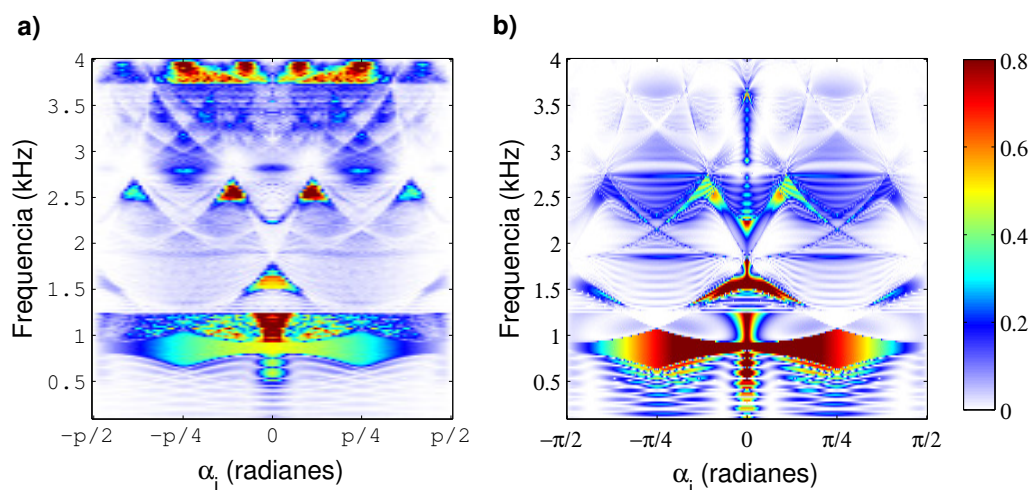
Consideremos tres posibilidades para estos rayos que permanecen en la cavidad: (i) rayos asociados con frecuencias para las cuales existe reflexión total, es decir, para todos los ángulos de incidencia, (ii) rayos que se reflejan especularmente con frecuencias asociadas para las cuales existe reflexión total para ángulos complementarios, y (iii) rayos reflejando en uno o más órdenes de difracción superiores con frecuencias asociadas tal que la reflexión total ocurre para los ángulos de Bragg y sus complementarios. A continuación discutiremos en detalle sólo los dos primeros casos, pero la misma explicación puede extenderse para órdenes de difracción superiores.

El primer caso ocurre para las regiones correspondientes a bandas prohibidas totales de la estructura cristalina, donde todos los rayos son atrapados dentro de la cavidad, perdiendo energía sólo debido a la absorción del aire. Este es el caso de la resonancia de menor frecuencia de la figura 5.5, que es además la que más se extiende en el tiempo y la que ocupa un mayor ancho de banda. A diferencia de las resonancias de una cavidad ordinaria debidas a la formación de ondas estacionarias, las resonancias debidas a bandas prohibidas totales son independientes de la geometría de la cavidad y sólo dependen de la estructura cristalina del CS en el que se encuentra contenida la misma. De esta forma, resulta posible sintonizar las resonancias de la cavidad, en frecuencia central y ancho de banda, modificando la estructura cristalina de CS en el cual la cavidad está contenida.

Para comprender el segundo tipo de resonancias calculamos las probabilidades de que un rayo no pierda energía luego de muchas reflexiones como una función del ángulo de incidencia del mismo, utilizando la información contenida en la matriz  $R_m$  junto con consideraciones geométricas de la cavidad. Ya que sólo lidiamos con reflexiones especulares, un rayo incidi-

endo una pared frontal con un ángulo  $\alpha_0$ , sufrirá  $n_1$  reflexiones con el ángulo de incidencia  $\alpha_0$  en las paredes frontal y trasera, y  $n_2$  reflexiones con ángulo de incidencia  $\pi/2 - \alpha_0$  en las paredes laterales, donde  $n_1$  depende del ángulo inicial del rayo y de la relación entre las longitudes de la cavidad rectangular, y  $n_1 + n_2$  es igual al número total de reflexiones  $n_t$ . La energía del rayo luego de una cantidad determinada de reflexiones es multiplicada por un factor  $R_m(f, \alpha_0)^{n_1} X R_m(f, \pi/2 - \alpha_0)^{n_2}$ . Es por eso que, para mantener la energía del rayo al aumentar el número de reflexiones,  $R_m(f, \alpha_0)$  y  $R_m(f, \pi/2 - \alpha_0)$  deben ser cercanos a uno.

En la figura 5.9 b) se muestra la matriz obtenida a partir del cálculo descrito en el párrafo anterior. Con el objetivo de comparar este resultado con el obtenido utilizando el método híbrido (ver Fig. 5.9 a), también multiplicamos la matriz por la probabilidad del ángulo inicial  $\alpha_0$ , que depende de la posición de la fuente (si la fuente está lejos de las paredes la probabilidad disminuye al movernos hacia las direcciones tangentes  $\pm\pi/2$ ). Esto explica porque las resonancias correspondientes a bandas prohibidas parciales ocurren sólo para ciertas bandas angostas de frecuencia, y porque el campo de intensidad asociado a esa resonancia es altamente anisotrópico (ver Fig. 5.5 b).



**Figura 5.9:** Comparación entre la densidad de ángulos de incidencia  $\alpha_i$  en las paredes de la cavidad dentro del cristal sónico de red cuadrada (a) calculado utilizando el método híbrido, y (b) estimado para rayos con reflexión especular utilizando la matriz de reflexión e información geométrica.

Estas últimas resonancias también resultan de una naturaleza diferente a las debidas a ondas estacionarias, ya que las mismas no se deben a la relación entre la longitud de onda de un sonido y las dimensiones de la cavidad sino a la estructura cristalina del CS y a la geometría de la cavidad. Debido a la condición de reflexión total para ángulos complementarios, estas resonancias producen campos de intensidad altamente anisótropos, donde el sonido sólo se propaga a lo largo de ciertas direcciones, una característica no se encuentra en salas convencionales (con la posible excepción de tener paredes cóncavas, pero aún en este caso la dirección y la frecuencia son fijas). Finalmente, algo que resulta interesante es que las resonancias pueden ser modificadas sólo cambiando la geometría interna de las paredes, como puede verse en el caso de la red hexagonal perturbada.

## § 5.5 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se propuso un método híbrido, combinando MST y acústica geométrica, para la calcular la respuesta impulso energética direccional de una cavidad grande dentro de un cristal sónico bidimensional construido con cilindros rígidos en aire. Utilizando este método se obtuvieron las densidades de energía temporal y direccional que muestran fuertes resonancias para ciertas bandas de frecuencias. Mediante un cálculo simple se probó que estas resonancias corresponden a la existencia de regiones de reflexión total de la matriz  $R_m$  para ciertas bandas de frecuencias que corresponden con bandas prohibidas totales y parciales de la estructura cristalina del CS en el que está contenida la cavidad.

Estas magnitudes fueron analizadas para tres geometrías diferentes de cristal sónico: una red cuadrada, una red hexagonal, y una red hexagonal perturbada. La estructura observada en la matriz de reflectividad se relacionó con los órdenes de difracción y, para la primera banda de frecuencia, con una predicción utilizando un cálculo simple basado en el método de expansión en ondas planas y la ley de Snell.

Se observó la presencia de resonancias de banda ancha que no dependen de la geometría de la cavidad sino de las propiedades reflectivas del CS que la rodea. En el caso de las resonancias debidas a bandas prohibidas totales resulta posible sintonizar las resonancias de una cavidad en frecuencia central y ancho de banda (dentro de las limitaciones de la estructura cristalina) permitiendo independizar estas características de la geometría y tamaño de la cavidad. Estas resonancias de banda ancha no se encuentran en cavidades convencionales y, debido a que no

existe evidencia experimental de las mismas, en el siguiente capítulo se propone un montaje experimental para verificar los resultados obtenidos a partir del método híbrido.



## - Capítulo 6 -

---

---

### Carecterización experimental de una cavidad rectangular dentro de un cristal sónico

---

En el capítulo anterior se obtuvo un resultado numérico que presenta la posibilidad de obtener resonancias de banda ancha para una cavidad bidimensional dentro de un cristal sónico[127]. También se demostró que esto ocurre debido a la presencia de bandas prohibidas totales y parciales que impiden que la energía abandone la cavidad. A continuación se propone un montaje experimental para verificar estos resultados.

Al comienzo del capítulo describiremos el diseño y montaje experimental utilizados para realizar las grabaciones, a continuación analizaremos los resultados y los compararemos con los obtenidos utilizando el método híbrido. El capítulo cierra con una breve discusión de los resultados obtenidos.

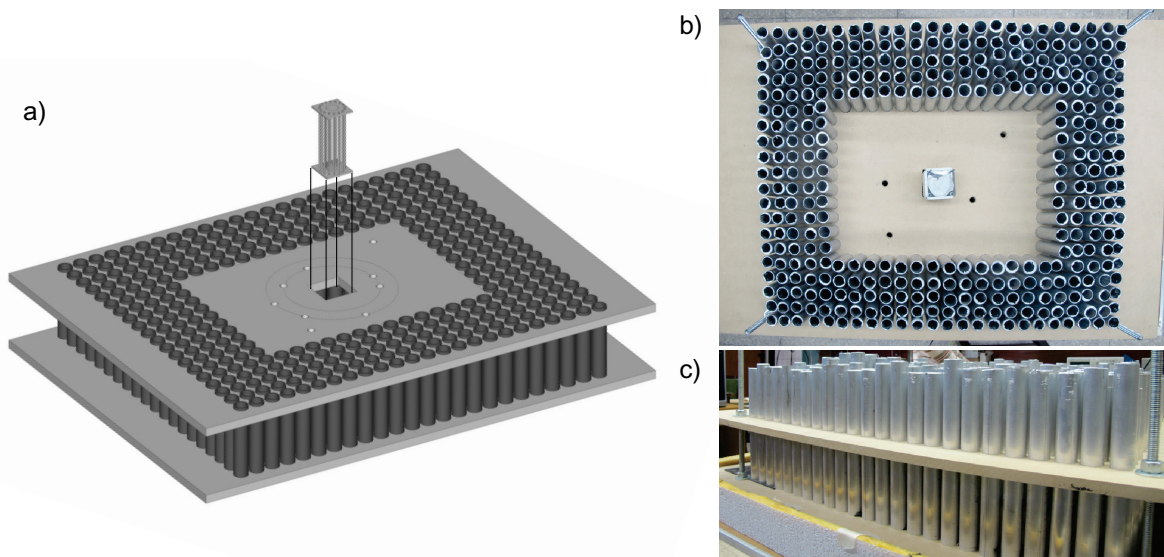
#### § 6.1 MATERIALES Y MÉTODOS

Una de las principales complicaciones al reproducir los resultados del método híbrido reside en recrear la naturaleza bidimensional de los mismos en un entorno real. Para asegurar esto, deben cumplirse tres condiciones constructivas. Primero, la cavidad debe estar limitada verticalmente con material absorbente, ya que cualquier propagación en la dirección vertical puede formar resonancias que no están relacionadas con el comportamiento bidimensional. Segundo, la separación entre el ‘techo’ y el ‘piso’ debe ser lo suficientemente pequeña como para no generar resonancias dentro del rango de frecuencias a estudiar. Y finalmente, la fuente debe tener un patrón de emisión cilíndrico. Los primeros dos inconvenientes se solucionaron encer-

rando la cavidad entre dos placas recubiertas de absorbente como se indica en la figura 6.1, y se utilizó una fuente cilíndrica no convencional para cumplir con el tercer requisito.

### 6.1.1. La muestra

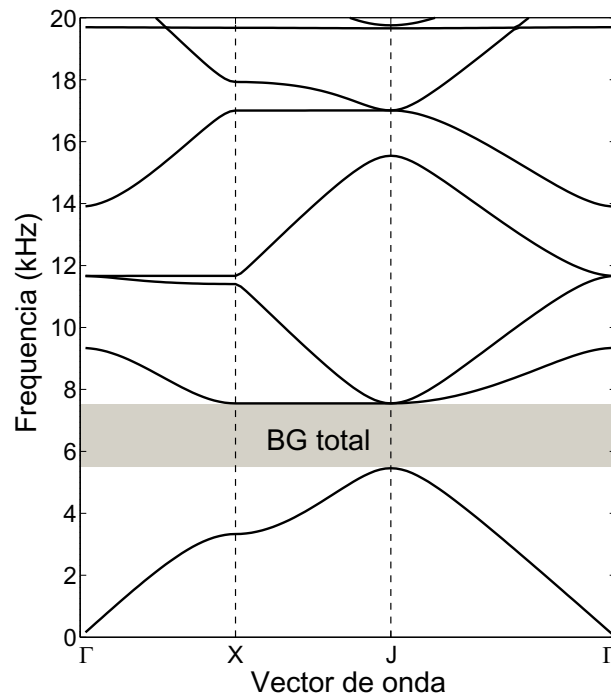
La muestra utilizada para las mediciones está compuesta por cilindros de aluminio dispuestos en una matriz cuadrada de 24 X 20 a la cual se le removió la porción central de 14 X 10 cilindros formando una cavidad dentro de un CS perimetral de cinco filas de ancho. Como se explicó anteriormente, la cavidad fue encerrada por dos placas de maderas recubiertas de goma absorbente y separadas 110 mm. El diámetro externo de los cilindros  $D$  y el parámetro de red  $a$  son 25.4 y 30 mm, respectivamente. La muestra puede verse en las fotos y el esquema de la figura 6.1.



**Figura 6.1:** a) Esquema de la configuración experimental de la cavidad de CS y la fuente sonora (transductor acústico). La cavidad se encuentra comprimida por dos placas de madera recubiertas con goma (gris claro) y cuatro "paredes" de CS formadas por un arreglo cuadrado de cilindros de aluminio (gris oscuro) de diámetro externo  $D = 25,4$  mm y parámetro de red  $a = 30$  mm. El transductor iónico se insertó a través de un agujero en el centro de la cavidad y los ocho puntos de medida se muestran como pequeños agujeros perforados en la placa superior. Los dos círculos punteados tienen radios de 8 y 11 cm. b) Vista superior de la muestra. En esta vista puede verse el ordenamiento de los cilindros y la ubicación de la fuente en el centro de la cavidad. c) Vista lateral de la muestra.

La figura 6.2 es el diagrama de bandas del CS dentro del cual se encuentra la cavidad, obtenido mediante el método de expansión de ondas planas (ver capítulo 2). La primera banda prohibida total de la red se extiende desde los 5.5 kHz hasta los 7.5 kHz, aproximadamente, (área

gris en la figura) y no aparecen otras BGs totales por debajo de los 20 kHz. Sin embargo, una BG parcial importante (donde la transmisión sólo está permitida en la dirección  $\Gamma$ -J) aparece alrededor de los 17 kHz. Si bien no reportaremos los resultados de forma adimensional, se podría decir que la muestra es un modelo a escala ya que las dimensiones del CS son muy pequeñas comparadas con las analizadas en el capítulo 5.



**Figura 6.2:** Diagrama de bandas del CS dentro del cual se encuentra la cavidad obtenido utilizando el método de expansión en ondas planas. El primer BG total aparece como un rectángulo grisado entre la primer y segunda banda del diagrama.

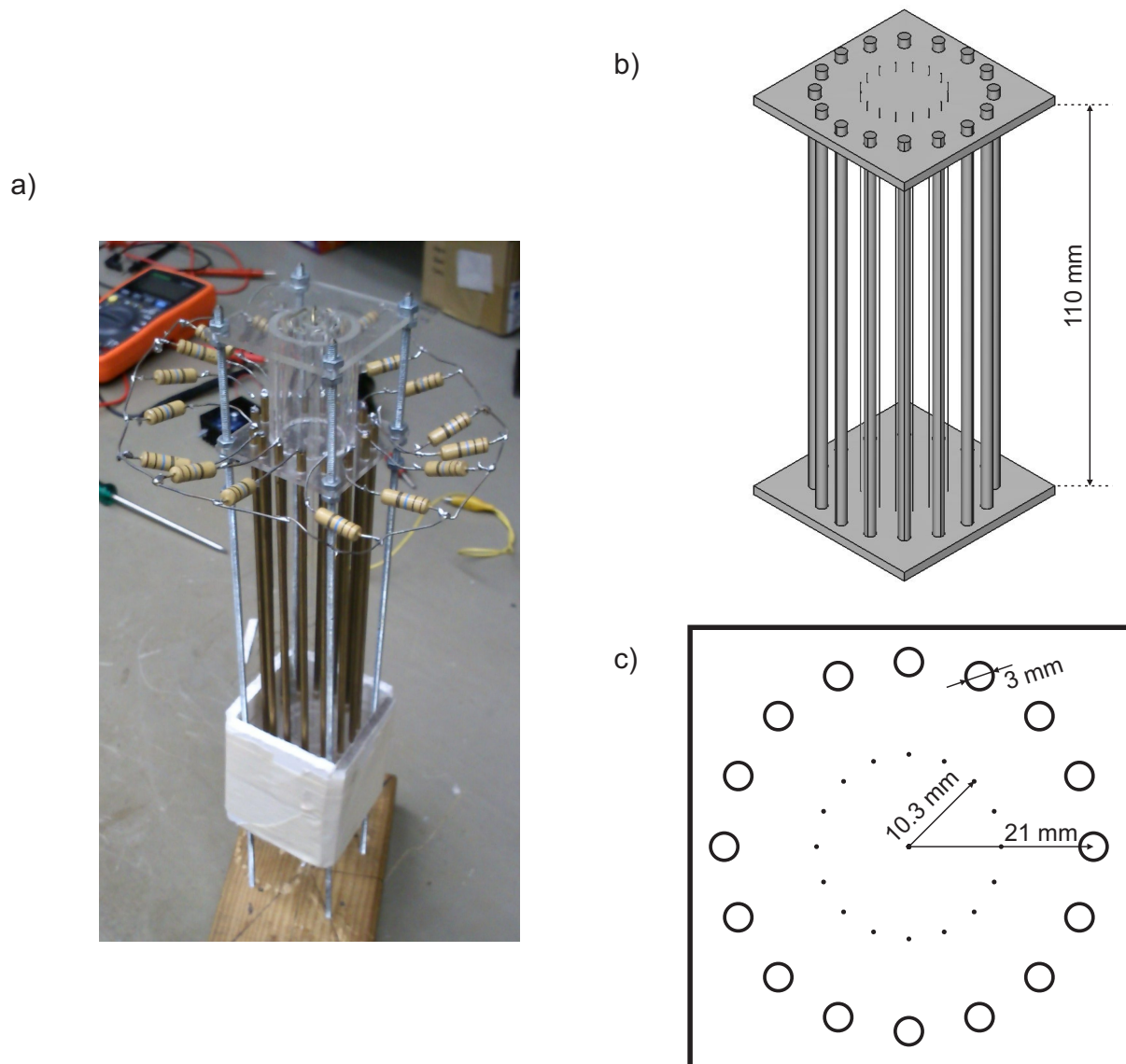
### 6.1.2. Fuente cilíndrica

Para excitar la cavidad con un frente de onda cilíndrico se utilizó un transductor acústico iónico desarrollado y construido en el Laboratorio de Acústica y Electroacústica (LACEAC)<sup>1</sup>[54]. El transductor consiste en pares corona-colector formados por alambres de cobre delgados (100  $\mu$  m de diámetro) como electrodos de corona y barras de bronce de 3 mm de diámetro como electrodos colectores, ordenados formando cilindros concéntricos de radios 21 mm y 10.3 mm, respectivamente, y 110 mm de alto. Una foto y un esquema con las dimensiones puede verse en la figura 6.3. El dispositivo se colocó en el centro de la cavidad a través de un agujero en la

<sup>1</sup>Perteneciente al Departamento de Ingeniería Electrónica, Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires (UBA).

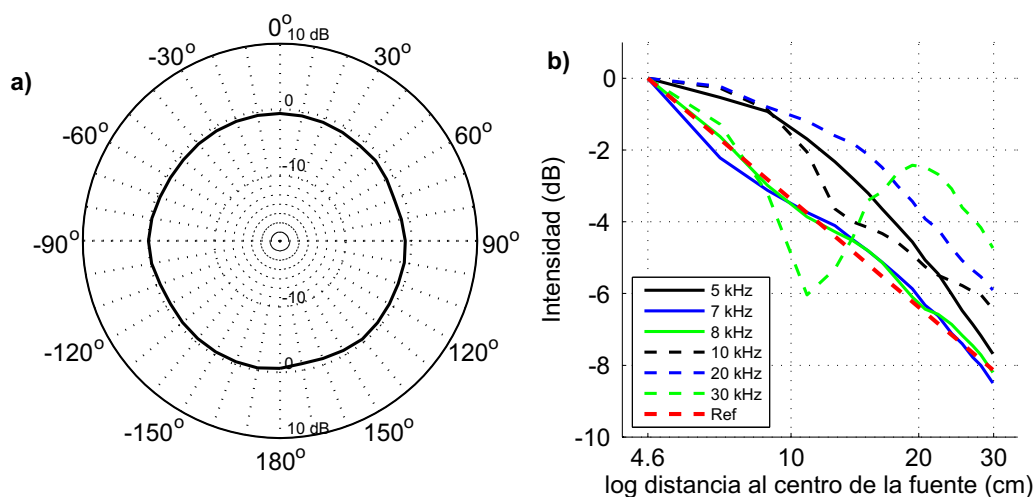
tapa superior como se muestra en la figura 6.1.

El transductor utiliza una fuente de alto voltaje (11 kV) para ionizar el aire en los alrededores del electrodo de corona y una señal variable en el tiempo (100 Vrms) montada sobre el voltaje continuo para regular la velocidad de los iones. En este tipo de configuración la onda sonora es generada a través de la transferencia de momento entre los iones y las partículas neutras[11].



**Figura 6.3:** a) Foto de la fuente cilíndrica utilizada en las mediciones. La misma consiste de pares corona-colector formados por alambres de cobre delgados ( $100 \mu\text{m}$  de diámetro) como electrodos de corona y barras de bronce de 3 mm de diámetro como electrodos colectores ordenados en forma de cilindro. b) Vista esquemática isométrica de la fuente de 110 mm de alto. c) Vista superior de la fuente. El radio donde se ubican los electrodos corona es 10.3 mm mientras que los electrodos colectores se colocan a 21 mm del centro.

El patrón de directividad cilíndrico y la dependencia de la intensidad con la distancia del transductor fueron verificadas utilizando técnicas de gating[93]. En la figura 6.4 a) se muestra que el patrón polar de la fuente presenta un apartamiento máximo de tan solo 1.48 dB a  $250^\circ$  para una banda de ruido de 10 kHz. Este valor nos permite considerar al patrón polar como prácticamente cilíndrico para frecuencias cercanas a esa banda. Por otro lado, en la figura 6.4 b) puede verse la caída de intensidad en función de la distancia para bandas de ruido de 5, 7, 8, 10, 20 y 30 kHz entre 5 a 30 cm de distancia al centro de la fuente. Como referencia, en línea roja se indica el decaimiento de una fuente cilíndrica ideal (3 dB al doblar la distancia). Para las bandas de 7 y 8 kHz la fuente se comporta como cilíndrica ideal mientras que, al aumentar o disminuir la frecuencia, el decaimiento con la distancia se aleja del ideal. Sin embargo, las bandas de 5, 10 y 20 kHz muestran un decaimiento suave con la distancia (no la de 30 kHz) que nos permite utilizar la fuente para estas frecuencias siempre y cuando comparemos los resultados obtenidos con una condición de referencia (sin los cristales sónicos de alrededor de la cavidad).

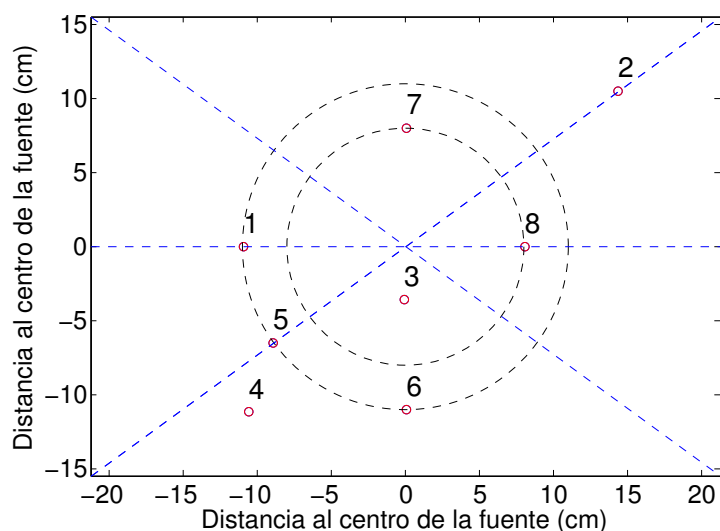


**Figura 6.4:** Caracterización de la fuente cilíndrica utilizando técnicas de gating[93]. En a) se muestra el patrón polar de la fuente para una banda de ruido de 10 kHz. El máximo apartamiento es de -1.48 dB a  $250^\circ$ . En b) puede verse la caída de intensidad con la distancia para bandas de ruido de 5, 8, 10, 20 y 30 kHz. En línea punteada roja aparece el decaimiento de una fuente cilíndrica ideal (3 dB al doblar la distancia).

### 6.1.3. Equipamiento

Las mediciones se realizaron insertando un micrófono (Brüel & Kjær 4133) de 1/2 pulgada a través de agujeros realizados en ocho posiciones de la placa superior, como se muestra en la figura 6.1. Las posiciones de grabación fueron seleccionadas para tener muestras del campo

sonoro en distintos ejes de simetría de la cavidad y distancias a la fuente. Una vista esquemática superior de la cavidad con los ejes de simetría y las diferentes posiciones de medida puede verse en la figura 6.5.



**Figura 6.5:** Vista esquemática superior de la cavidad. En línea punteada azul pueden verse los radios de 8 y 11 cm y los ejes de simetría de la cavidad. Los círculos rojos son los puntos de medida, numerados de 1 a 8.

La señal del micrófono es enviada a través de un convertor de impedancia de construcción propia, un preamplificador de bajo ruido (Sinnewald Research & Development)<sup>2</sup>, y luego digitalizada utilizando una placa de audio (M-Audio Audiophile 2496).

#### 6.1.4. Estímulos

Se emplearon dos tipos de señales para excitar el campo sonoro dentro de la cavidad: bandas angostas de ruido filtrado, y barridos exponenciales. Ambas señales se grabaron en dos condiciones (i) La cavidad dentro del CS, como se muestra en la figura 6.1 a) (condición CS), y (ii) El mismo sistema con los cilindros de aluminio removidos y los agujeros de los mismos recubiertos con goma (condición de referencia). Esta última condición sirve como control experimental del efecto de los CS como ‘paredes’ de la cavidad.

**Bandas de ruido.** El primer tipo de señal se utilizó para obtener la respuesta de la cavidad a un estímulo estacionario. Se trata de ruido blanco filtrado con filtros de ancho de banda  $BW=0.5$  kHz y frecuencias centrales de 2 a 12 kHz con pasos de 0.25 kHz. El rango de frecuencias se

<sup>2</sup>También construido en el LACEAC.

restringió a la región donde la respuesta del transductor se aproxima más a una fuente cilíndrica ideal (ver figura 6.4). Para cada frecuencia central, se realizaron 20 repeticiones de 100 ms de ruido blanco filtrado separadas por 100 ms de silencio y el mismo fue convolucionado con una ventana en el dominio del tiempo utilizando una ventana Tukey[15] ( $\alpha = 0.05$ ) para eliminar *ringing* del filtro. Las grabaciones fueron filtradas con el mismo filtro pasa-banda utilizado para generar los estímulos con el objetivo de reducir el ruido ambiente sin modificar la parte de interés de la señal.

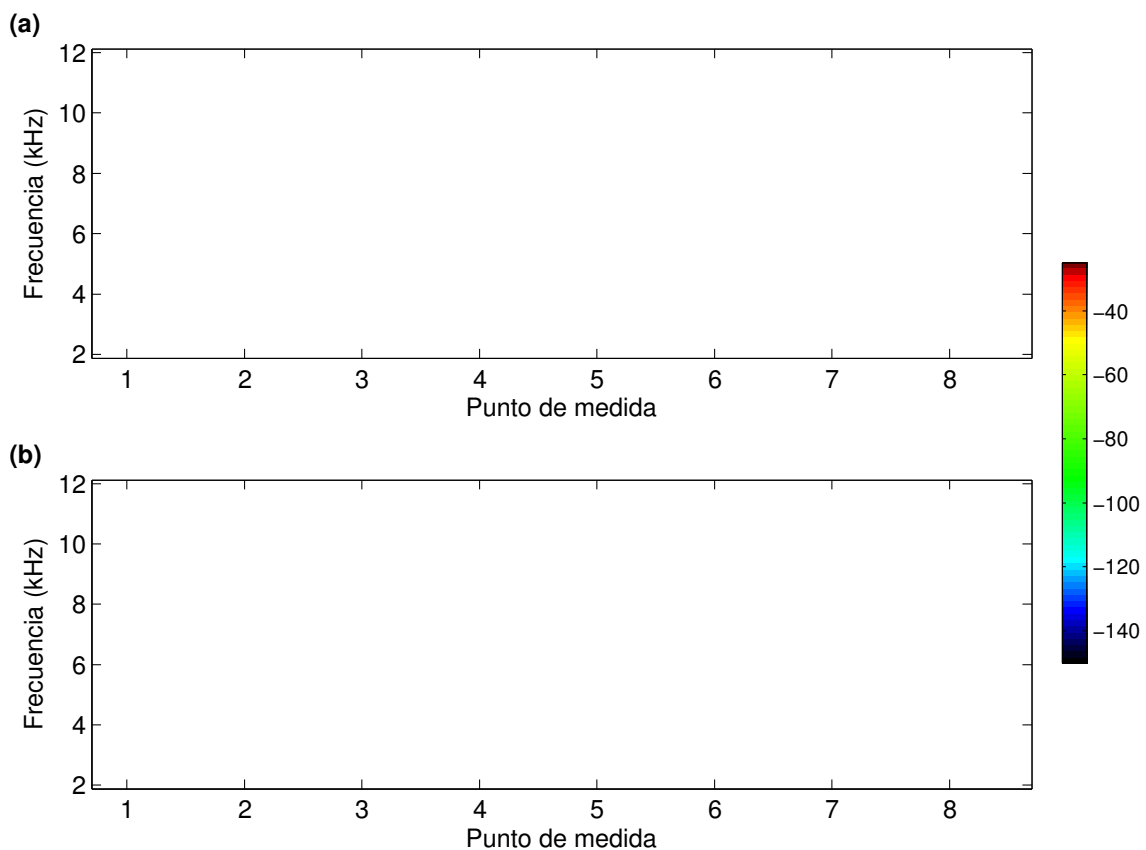
**Barridos exponenciales.** Los barridos exponenciales se emplearon para obtener la respuesta impulso (RI) de la cavidad. Como se dijo anteriormente, La RI es la respuesta de un sistema lineal al ser estimulado con una señal impulsiva, y no es otra cosa que convertir la parte temporal de la EDIR (integrando para todos los ángulos), definida en el capítulo 5, de valores de energía a valores de presión. Debido principalmente a la dificultad de obtener una fuente acústica impulsiva ideal se utilizan métodos indirectos para determinar la RI de un recinto. Uno de los más populares, y el que utilizaremos en esta tesis, es el propuesto por Farina[42] que utiliza como estímulo un barrido exponencial del que luego extrae la RI temporal. En nuestro caso, utilizamos un barrido de 1 a 30 kHz y 30 s de duración.

## § 6.2 RESULTADOS

Para analizar la respuesta de la cavidad utilizaremos dos magnitudes: la ganancia de intensidad (GI), que caracteriza el comportamiento estacionario de la cavidad; y el tiempo de decaimiento (TD), que caracteriza el desarrollo temporal del campo acústico dentro de la cavidad. La GI se define como el cociente entre la intensidad de las bandas de ruido medidas en la condición CS y la intensidad de la misma banda de ruido en la condición de referencia. Por su parte, el TD es el tiempo que le toma al sonido decaer 60 dB luego de que la fuente deja de emitir señal. A pesar de ser este último parámetro muy similar al tiempo de reverberancia  $T_{60}$ [111] utilizado en acústica de salas, preferimos referirnos al mismo como tiempo de decaimiento por ser la condición experimental no trivial.

### 6.2.1. Ganancia de intensidad

Sumando la respuesta a cada una de las bandas de ruido, se obtiene la respuesta en frecuencia estacionaria de la cavidad. En la figura 6.6 puede verse esta respuesta de 2 a 12 kHz y para todos los puntos de medida para a) la condición CS y b) la condición de referencia. Si bien existen diferencias entre los puntos de medida, existe un claro refuerzo en la intensidad para la condición CS cerca de los 5.5 kHz debido a la banda prohibida total (ver figura 6.2). También se evidencia un alargamiento en la cola reverberante del sonido para estas frecuencias que está relacionado con aumento del tiempo de decaimiento como se analizará más adelante.

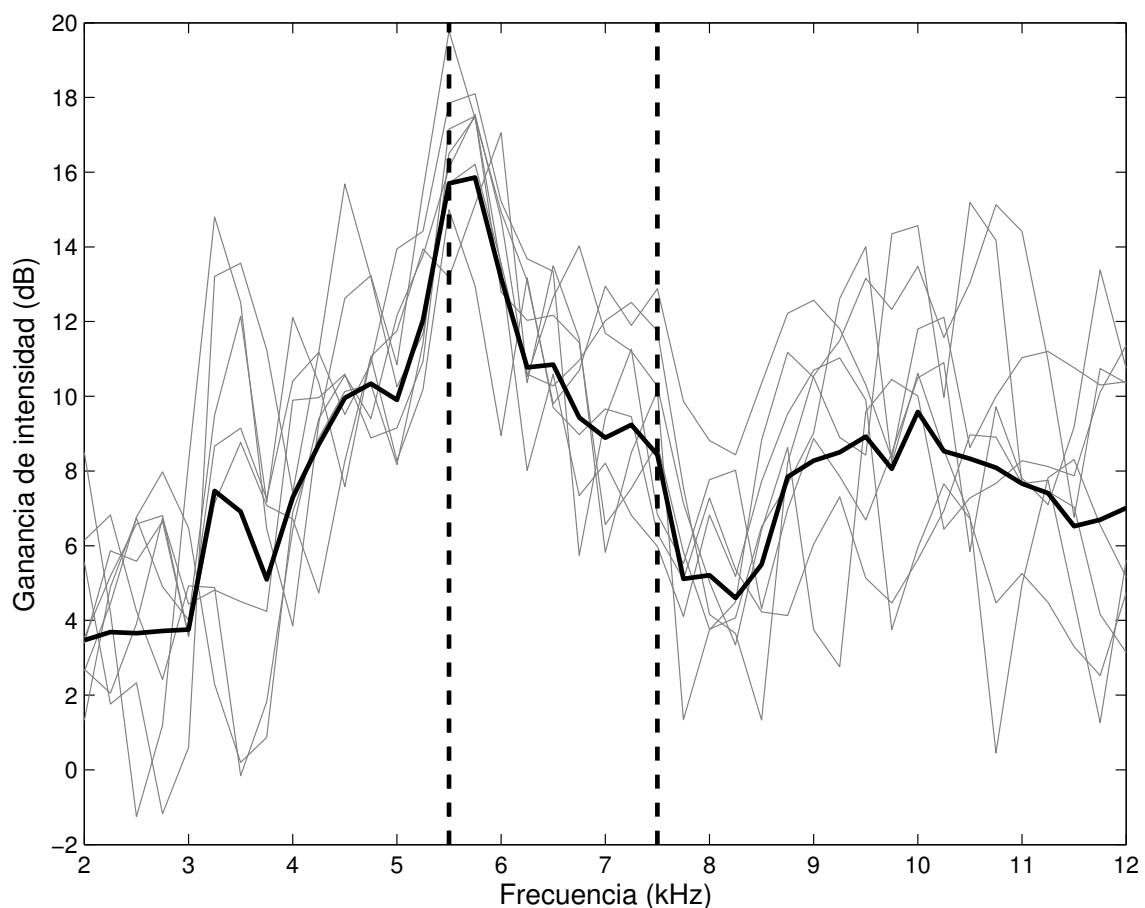


**Figura 6.6:** Respuesta en frecuencia de la cavidad para las bandas de ruido en cada punto de medida para la condición CS y de referencia (en dB). En el eje horizontal están marcados los puntos de medida correspondientes y en el eje vertical la frecuencia. Si bien existen diferencias entre los puntos de medida, puede verse que el refuerzo cerca de los 5.5 kHz debido a la BG total está presente en todas las mediciones. También se evidencia un aumento en el decaimiento para estas frecuencias al alargarse la cola reverberante luego de que se apaga el sonido.

Una vez obtenida la intensidad en función de la frecuencia para todos los puntos de medida, se obtuvo la GI como la diferencia de las intensidades para la condición CS y de referencia

expressada en dB.

La figura 6.7 muestra la GI de la cavidad en función de la frecuencia central de la banda de ruido. La línea negra sólida corresponde a esta magnitud promediada entre los ocho puntos de medición, mientras que cada línea gris corresponde a un único punto. En la misma se observa un incremento notorio en la ganancia de intensidad, con un pico cercano a los +16 dB, alrededor de los 5.5 kHz tanto para el promedio como para cada punto de medida. Este rango de frecuencias corresponde aproximadamente a la banda prohibida total presentada en la figura 6.2 y cuyos límites se señalan con líneas punteadas verticales en la figura 6.7.



**Figura 6.7:** *Ganancia de intensidad de la cavidad en dB versus la frecuencia central de la señal acústica. Las líneas grises corresponden al resultado para cada punto de medida (ver figura 6.5), y la línea negra sólida corresponde a la misma magnitud promediada entre todos los puntos. Las líneas punteadas verticales indican los límites de la BG total para la red infinita obtenido utilizando el método de expansión en ondas planas (ver figura 6.2). Dentro de esta región se observa un refuerzo cercano a los +16 dB.*

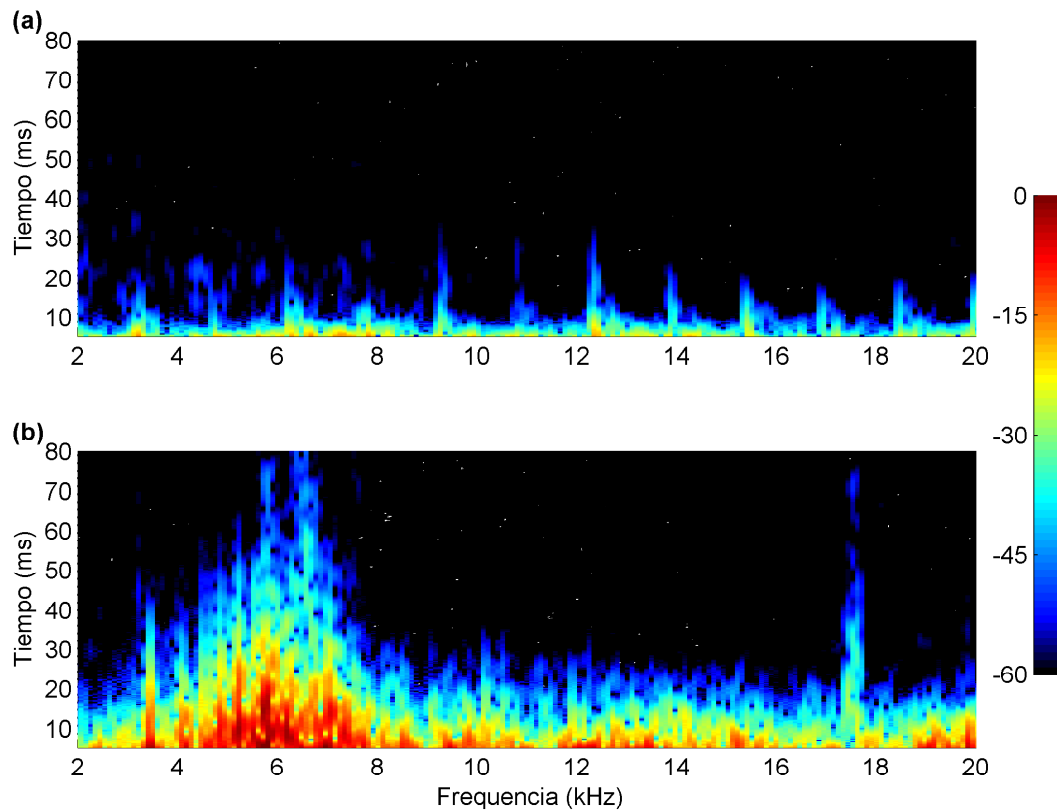
Comparando los resultados para los diferentes puntos de medida podemos evaluar la vari-

abilidad espacial de la GI. Un efecto que se evidencia es que la menor variabilidad en la GI tiene lugar cerca del pico de la misma. Esto es consistente con los resultados obtenidos en el capítulo anterior, donde el campo sonoro en la cavidad es más difuso (especialmente homogéneo) para frecuencias cercanas a la BG total[127]. En contraste, para la BG parcial existe una región (aproximadamente de 3 a 4 kHz) donde la GI muestra una distribución bimodal y los puntos de medición se segregan en dos grupos (ver figura 6.7). Aún cuando esta bimodalidad no fue observada en los resultados del capítulo anterior, resulta sugerente que los puntos de medida que se alinean con la fuente en la dirección  $\Gamma$ -X de la estructura cristalina, para la cual la reflexión en las paredes es total debido a la banda prohibida parcial, pertenecen al grupo con GI más alta (10-14 dB), mientras que los puntos alineados en la dirección  $\Gamma$ -J, para la cual es posible que una onda se propague dentro del CS, pertenecen al grupo con menor GI (0-4 dB).

### 6.2.2. Tiempos de decaimiento

La forma de obtener los tiempos de decaimiento es a partir de la RI de la cavidad. En la figura 6.8 se muestra el espectrograma de la RI promediada entre todos los puntos de medida para a) la condición de referencia y b) la cavidad dentro del CS. En esta última condición se observa un estiramiento temporal de la RI para una banda de frecuencia ancha cercana a los 6 kHz y en una banda angosta cercana de los 18 kHz. Para la condición de referencia la duración temporal de las RI de la cavidad se mantiene relativamente constante para todas las frecuencias aunque se evidencia un aumento periódico de la duración de la RI debido al filtro peine generado por el espaciamiento entre el piso y techo de la cavidad. Este efecto se encuentra enmascarado en la condición CS.

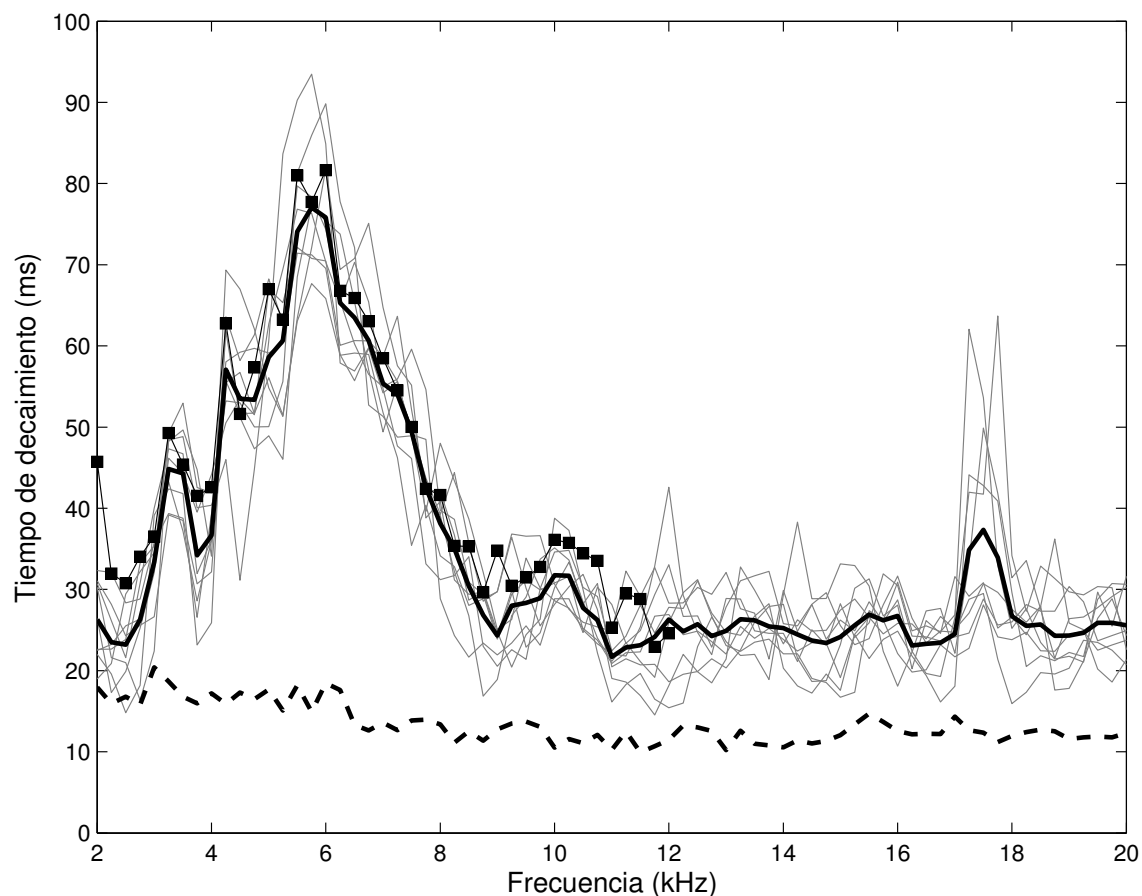
Para cuantificar estos aumentos en la duración temporal, se calcularon los TDs en función de la frecuencia aplicando la integral de Schroeder[118] a las RI obtenidas. Las mismas son previamente filtradas con los mismos filtros utilizados para la construcción de las bandas de ruido extendiendo el rango hasta 20 kHz (de 2 a 20 kHz con pasos de 0.25 kHz). En la figura 6.9 puede verse el TD dentro de la cavidad para todos los puntos de medida (líneas grises) junto con valor promedio (línea negra sólida). Como referencia, el TD para la condición con los cilindros removidos se muestra como una línea punteada negra. Como control adicional, la figura también incluye los tiempos de decaimiento calculados utilizando el tiempo de extinción del sonido en la cavidad luego de ser estimulada utilizando las bandas de ruido descritas en la sección anterior (cuadrados negros).



**Figura 6.8:** *Espectrograma de la RI de la cavidad obtenida utilizando un barrido exponencial y promediada entre los ocho puntos de medida. La figura a) muestra la RI para la condición de referencia (cilindros de aluminio removidos y los agujeros de los mismos recubiertos con goma) mientras que en b) la RI corresponde a la cavidad dentro del CS. Puede verse un aumento del tiempo de decaimiento en una banda ancha cercana a los 6 kHz y en una banda angosta cerca de los 18 kHz.*

Al igual que en la GI, el tiempo de decaimiento posee un pico distintivo en la región de la banda prohibida total, que indica que la energía decae más lentamente. El pico tiene su valor máximo de 78 ms cerca del centro de la BG total (6 kHz). Para frecuencias superiores a las de la BG total existen otros dos picos en 10 and 17 kHz respectivamente. El pico de 17 kHz corresponde aproximadamente con la existencia de un BG parcial (ver figura 6.2), mientras que en pico a 10 kHz se discutirá en la siguiente sección. Aparece también un pequeño pico por debajo de la banda prohibida parcial (3 a 3.5 kHz) que puede estar relacionado con resonancias asociadas al espesor finito del CS (resonancias de Fabry-Perot).

Finalmente, se observa una buena correspondencia entre las curvas de tiempo de decaimiento obtenidas utilizando la RI y las bandas de ruido, apoyando fuertemente la existencia de resonancias de banda ancha.



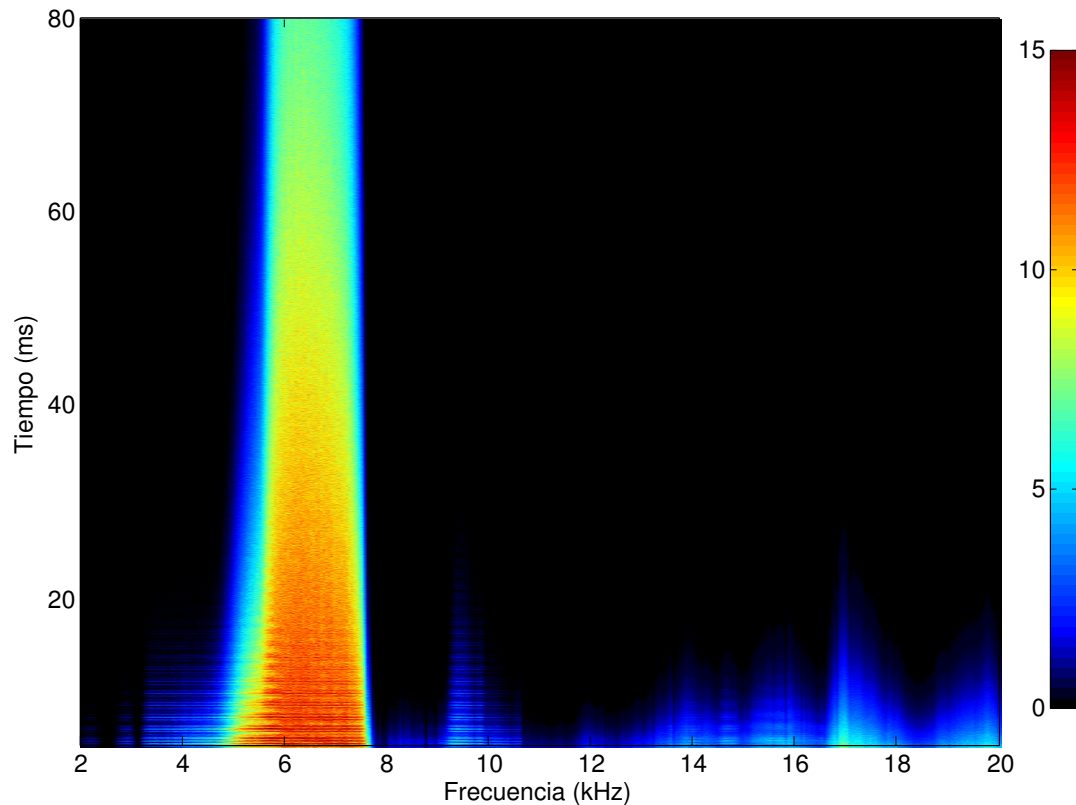
**Figura 6.9:** *Tiempo de decaimiento promedio del sonido en la cavidad dentro del CS versus la frecuencia obtenidos con la RI filtrada (línea negra sólida) y para las bandas de ruido (símbolos cuadrados), comparado con el tiempo de decaimiento promedio de la cavidad para la condición de referencia (línea punteada negra). Las líneas grises corresponden al tiempo de decaimiento obtenido filtrando la RI para cada punto de medición de forma individual.*

### § 6.3 COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS DEL MÉTODO HÍBRIDO

A continuación calcularemos la RI de la cavidad en estudio utilizando el método híbrido descrito en el capítulo 5. Para contrastar los resultados experimentales obtenidos en la sección anterior, se modeló el comportamiento de la cavidad de 2 a 20 kHz con pasos de 50 Hz y utilizando 100000 rayos.

Uno de los resultados del método híbrido es la densidad de energía remanente (RED). Esta magnitud se define como la cantidad de energía que queda en la cavidad para un determinado tiempo luego de ser excitada por una señal impulsiva, siendo una forma alternativa de representar la RI. En la figura 6.10 se muestra la densidad de energía remanente obtenida a partir del

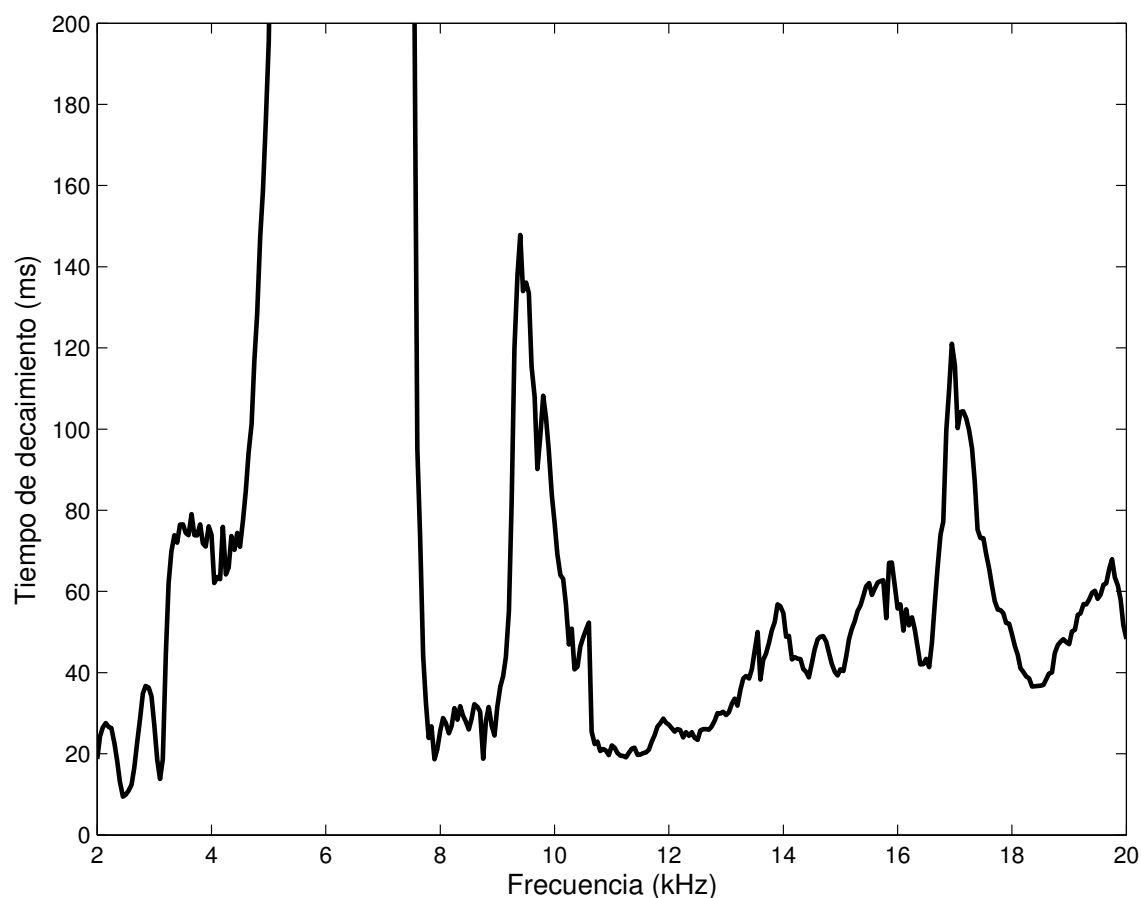
modelo híbrido como una función de la frecuencia y el tiempo. La misma presenta un aumento muy pronunciado del tiempo de decaimiento en una banda ancha cercana a los 6 kHz y dos aumentos más sutiles y de banda más angosta, uno cercano los 9,5 kHz y el otro a los 17 kHz.



**Figura 6.10:** *Espectrograma de la RI (en dB) de la cavidad obtenida utilizando el método híbrido y promediada entre los ocho puntos de medida. Se evidencia aumento muy pronunciado del tiempo de decaimiento en una banda ancha cercana a los 6 kHz. También aparecen dos aumentos más sutiles y de banda más angosta (9.5 kHz y 17 kHz).*

A partir de esta RED, se computaron los tiempos de decaimiento filtrando y evaluando la integral de Schroeder como con las RI obtenidas experimentalmente. Los mismos se muestran en la figura 6.11. Aun cuando los picos son más pronunciados que en el caso del experimento, la estructura general de las resonancias es muy similar, con un pico de banda ancha para la banda prohibida total total (6 kHz) y dos resonancias más pequeñas a 10 kHz and 17 kHz.

La resonancia de 10 kHz es consistente con la existencia de un modo diagonal como se explica en la sección 5.4. Estos modos ocurren cuando la energía permanece atrapada dentro de la cavidad rectangular debido a existe reflexión total y especular para rayos con ángulos complementarios. A diferencia de las resonancias debidas a bandas prohibidas totales, esta resonancia depende de la estructura cristalina del CS y de la geometría de la cavidad.



**Figura 6.11:** Predicción teórica del tiempo de decaimiento dentro de la cavidad como una función de la frecuencia, calculado utilizando integración de Schroeder de la RED del método híbrido. La escala de tiempo de las figuras se encuentra limitada con le objetivo de revelar las resonancias de menor tiempo de decaimiento a 10 y 17 kHz. Los tiempos de decaimiento dentro de la región del BG total alcanzan valores de hasta 100 ms.

Las diferencias en el tiempo de decaimiento entre el experimento y el modelo computacional pueden atribuirse a varios motivos. Primero, la reflectividad en el modelo híbrido es calculada asumiendo que las paredes se componen de filas infinitas de cilindros, mientras que en la medida experimental las dimensiones de las paredes son comparables con las longitudes de onda de las bandas de ruido más graves. Segundo, las reflexiones en el modelo computacional se consideran totalmente especulares (o restringidas a un ángulo reducido para órdenes de difracción superiores) mientras que en la medida experimental esto no resulta posible debido a la dispersión angular presente en las reflexiones con los límites de la cavidad. Esto es un posible motivo de la reducción del pico a 10 kHz en la medida experimental (debido a reflexiones especulares complementarias). Tercero, el campo sonoro generado por en transductor acústico no es com-

pletamente uniforme en la dirección vertical (especialmente arriba de los 12 kHz) y esto puede generar un decaimiento extra para el sonido emitido por la fuente en esas bandas. Y finalmente, existe difracción en los bordes del agujero de la placa superior donde se insertó el transductor y, por lo tanto, el frente de onda es ligeramente divergente y la energía que se difunde en la dirección vertical es absorbida por el recubrimiento absorbente de las placas superior e inferior (goma). Esto puede interpretarse como un caso bidimensional con "fugas" de energía (o absorción adicional) y puede ser la principal razón por la cual los tiempos de decaimiento son más grandes para el modelo computacional que para las medidas experimentales.

## § 6.4 DIFERENCIAS CON UNA CAVIDAD RESONANTE

En una cavidad resonante existe una relación entre la absorción, el tiempo de decaimiento y el ancho del pico de resonancia. A menores valores de absorción le corresponden mayores tiempos de decaimiento y menores anchos del pico de resonancia y viceversa. Es decir, resulta imposible obtener una resonancia debida a la formación de una onda estacionaria que posea a simultáneamente un tiempo de decaimiento alto y una un ancho espectral grande. Este no es el caso de la cavidad dentro de un cristal sónico, ya que las resonancias no se deben a la formación de ondas estacionarias sino que tienen lugar cuando la estructura cristalina no permite la propagación para una determinada frecuencia, reflejando toda la energía hacia adentro de la cavidad. Esto rompe la dependencia entre el tiempo de decaimiento y el ancho del pico de resonancia permitiendo, como se vio anteriormente, resonancias con altos tiempos de decaimiento y anchos de banda extensos.

Otra relación que se cumple en una cavidad resonante es la dependencia de las dimensiones con las frecuencias de resonancia. Recintos grandes generan resonancias de baja frecuencia y viceversa. En la cavidad dentro de un CS esto no se cumple ya que las frecuencias de las resonancias de banda ancha obtenidas no depende de la geometría de la cavidad sino de la frecuencia de las bandas prohibidas de la estructura cristalina del CS dentro del cual se encuentra la cavidad.

## § 6.5 CONCLUSIONES

En este capítulo se realizaron mediciones de la ganancia de intensidad y el tiempo de decaimiento en una cavidad rectangular dentro de un CS. Los resultados de las mismas validan experimentalmente la existencia de resonancias de banda ancha, tal como se predijo en los cálculos del método híbrido del capítulo anterior. Las resonancias reportadas están asociadas a las bandas prohibidas totales y parciales de la estructura cristalina del CS dentro del cual se encuentra la cavidad. Para el caso de las bandas prohibidas parciales, debe cumplirse la condición de reflexiones totales y especulares para ángulos complementarios (debido a la geometría rectangular de la cavidad).

## - Capítulo 7 -

---

---

### Influencia del cristal sónico en la percepción auditiva de distancia a una fuente sonora

---

Los seres humanos hemos desarrollado la habilidad de localizar fuentes sonoras en ambientes acústicos ‘naturales’ formados por paredes, superficies planas u obstáculos rígidos[28]. En el presente capítulo estudiaremos cómo la percepción de distancia a una fuente sonora puede ser modificada en un ambiente acústico ‘no natural’ generado por un cristal sónico (CS) bidimensional.

Como se mencionó en el capítulo 4, se conocen varios indicios perceptuales que son importantes para la percepción auditiva de distancia (PAD) de fuentes sonoras. La intensidad es uno de los indicios más estudiados, correspondiendo intensidades más altas a distancia más cercanas, y otros indicios importantes son la relación directo reverberante (D/R), y la información espectral y binaural.

Este capítulo tiene como objetivo cuantificar el efecto en la percepción auditiva de distancia al colocar un módulo de cristal sónico entre una fuente sonora y un oyente. Para ello, primero se analizará el efecto de esta condición en el campo sonoro mediante grabaciones binaurales, estudiando tres magnitudes acústicas que se conoce están relacionadas con la PAD: la intensidad binaural (IB), la D/R y correlación cruzada interaural (IACC<sup>1</sup>). Luego, se realizarán experimentos psicoacústicos para cuantificar el efecto en la PAD. El capítulo finaliza con un análisis estadístico de los resultados y unas breves conclusiones.

---

<sup>1</sup>Del inglés *Inter Aural Cross Correlation*.

## § 7.1 MATERIALES Y MÉTODOS

A continuación se describe la sala y el módulo de cristal sonico utilizados a lo largo del presente capítulo.

### 7.1.1. Sala

Las grabaciones binaurales fueron realizadas en una sala rectangular, de aproximadamente  $12 \times 7 \times 3$  m (largo  $\times$  ancho  $\times$  alto) con paredes cubiertas de paneles acústicos absorbentes (pirámides de espuma de poliuretano de 50 mm), piso de alfombra, y techo con paneles acústicos de fibra de vidrio. El tiempo de reverberancia promedio de la sala T30 (con filtrado A<sup>2</sup>, medido utilizando un sweep exponencial[42]) es de 0.45 s y el nivel de ruido ambiente de 19 dBA (medido con un sonómetro clase I RION NL-32). Se eligió una sala con reverberación pequeña pero no nula debido a que la D/R se utilizará como una pista de la percepción auditiva de distancia en los experimentos psicofísicos y en un entorno anecoico esta magnitud se mantiene invariable (no hay campo reverberante).

### 7.1.2. Cristal sónico

El módulo de cristal sonico bidimensional utilizado para las grabaciones consiste de una red hexagonal de 59 cilindros de PVC de 16 cm de diámetro, con un parámetro de red de 22 cm. Este CS se diseñó para tener efectos de focalización en un rango de frecuencias cercano a la máxima sensibilidad del oído humano ( $\approx 1$  kHz). En la figura 7.2 a) se muestra el diagrama de bandas para esta configuración obtenido utilizando el método de expansión de ondas planas. En el mismo puede verse que la primera banda prohibida parcial para la dirección  $\Gamma$ -X (incidencia normal) va desde 0,57 a 1 kHz, mientras que la banda de focalización por refracción negativa (banda con  $\nabla w(\mathbf{k}) < 0$ ) se extiende desde 1 a 1,5 kHz.

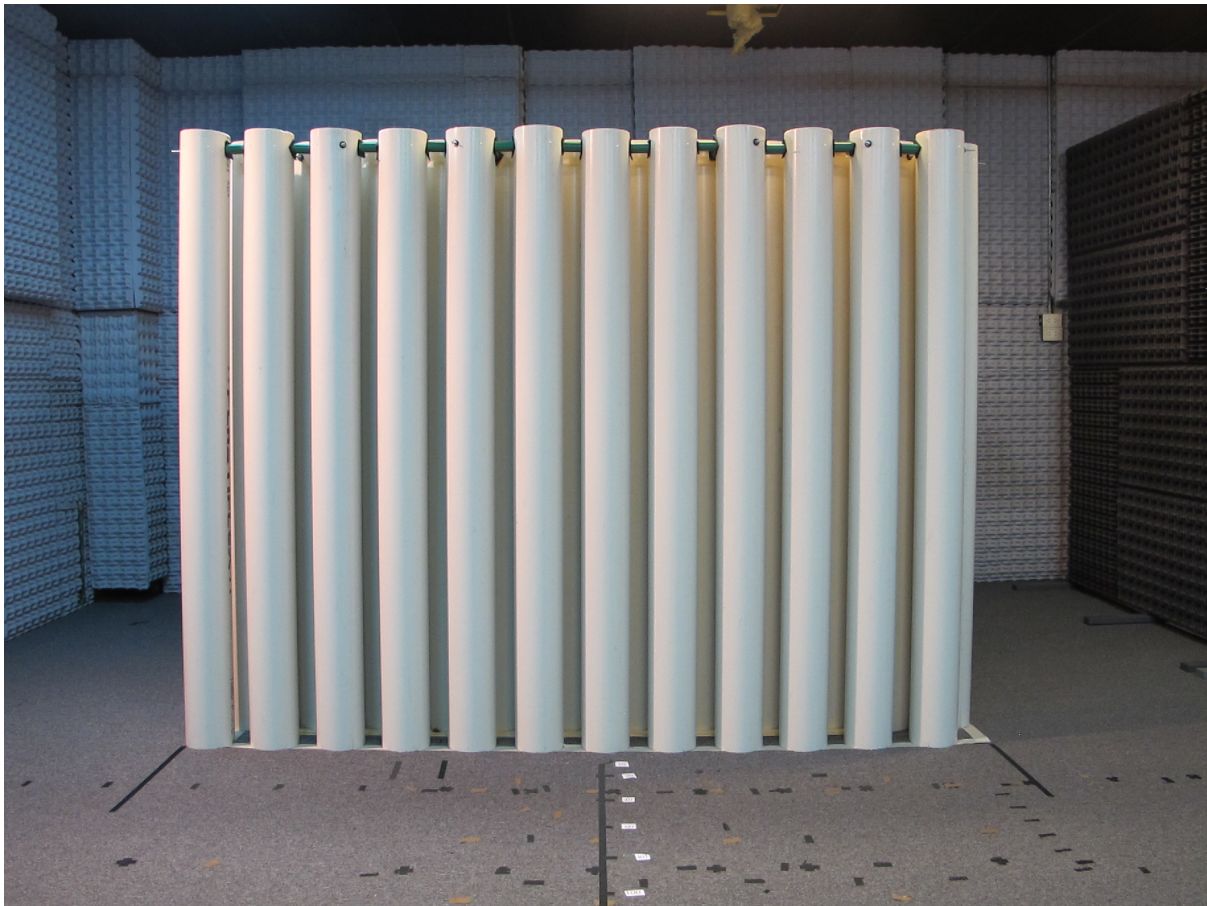
Un ejemplo de la focalización debida al módulo de CS puede verse en la figura 7.2, donde el área grisada en el diagrama de bandas delimita una banda de refracción negativa ( $f=1.12$  kHz, BW=1/3 octava) cuya intensidad monoaural fue medida utilizando un sonómetro y es graficada en dB como un sombreado sobre la grilla de medida. Lo que se observa es un aumento

---

<sup>2</sup>El filtro tipo A está definido en el estándar internacional IEC 61672:2003 y tiene en cuenta la curva de respuesta del oído humano. Este filtrado disminuye principalmente la amplitud de las componentes por debajo de 1 kHz y por encima de 10 kHz, aproximadamente.

de entre 10 y 15 dB en la zona central alineada con la fuente. El fenómeno de focalización por refracción negativa se representa esquemáticamente en la figura con los rayos rojos y azules que son emitidos por la fuente y curvados hacia atrás durante su propagación por el módulo de CS, para finalmente intersectarse en la zona central.

La figura 7.1 se trata de una imagen del prototipo de CS previamente descrito montado en la sala utilizada para realizar las grabaciones.



**Figura 7.1:** *Imagen del prototipo de CS sónico utilizado en las grabaciones.*

## § 7.2 CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA DEL EFECTO DEL CS

En esta sección caracterizaremos el efecto en el campo acústico de colocar un módulo de CS delante de una fuente sonora. Para esto se realizaron grabaciones binaurales en diversos puntos de la sala descrita anteriormente con y sin un el módulo de CS frente a la fuente.

### 7.2.1. Grabación de las muestras

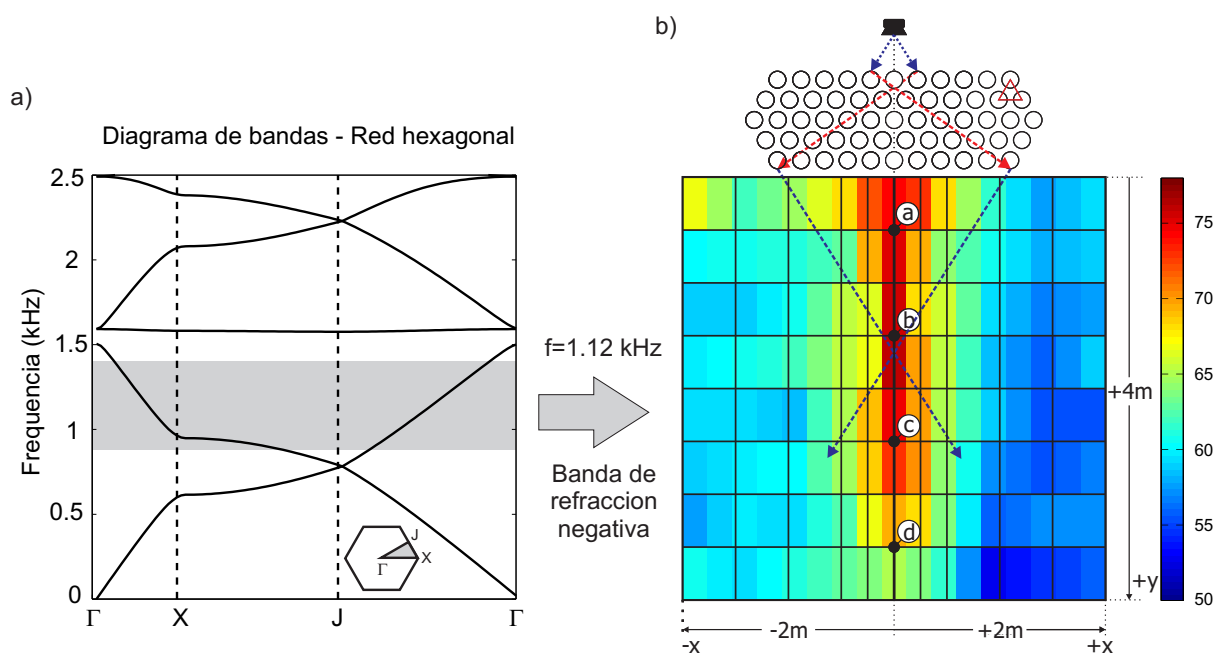
Las señales utilizadas para las grabaciones binaurales consisten de trece bandas de ruido de un tercio de octava ( $BW=1/3$ ) con frecuencias centrales entre 0,5 y 2 kHz y pasos de un sexto de octava (dos semitonos). Las muestras fueron preparadas digitalmente utilizando Matlab (Mathworks Inc.) con frecuencia de sampleo de 96 kHz y 16-bit, y reproducidas a través de un parlante de dos vías Genelec 8030 conectado a una placa de audio MOTU 896mk3. La duración de las muestras es de 2 s con los 50 ms iniciales y finales suavizados con una ventana Hann. También se realizaron grabaciones utilizando un barrido exponencial de 0 a 20 kHz y 12 s de duración para obtener la respuesta impulso binaural (RIB).

Las grabaciones binaurales se obtuvieron utilizando un maniquí binaural (*dummy head*) desarrollado en el laboratorio, equipado con micrófonos interaurales SP-TFB-2 conectados a un grabador portátil Tascam DR40, utilizando también una frecuencia de sampleo de 96 kHz y 16 bit.

En la figura 7.2 b) se muestra una representación esquemática del módulo de CS y las posiciones de la fuente y el oyente. Las grabaciones se realizaron manteniendo la posición de la fuente sonora fija y ubicando el maniquí binaural en todas las intersecciones de la grilla de 4X4 m que se muestra en la figura 7.2 b). El espaciamiento de la misma es de 0,5 m salvo para la fila central en la que el espaciamiento horizontal fue reducido a la mitad (0,25 m). Esta disminución surge del interés de obtener grabaciones en las que un oído se encuentre en la línea central y el otro no (la distancia entre oídos del maniquí es aproximadamente 22 cm). Todas las grabaciones fueron realizadas para ambas condiciones: con el módulo de CS frente a la fuente sonora (condición con-CS) y sin el módulo CS frente a la fuente sonora (condición sin-CS). Una respuesta impulso binaural fue también obtenida para cada uno de los puntos de medida utilizando el sweep exponencial[42] descrito anteriormente. La altura del punto medio entre las orejas del maniquí y del parlante utilizado para las grabaciones es de 1,2 m.

### 7.2.2. Cálculo de los parámetros acústicos

A continuación se calcularán tres magnitudes acústicas (una monoaural y dos binaurales) con el objetivo de caracterizar el efecto en el campo acústico de colocar una porción de CS entre la fuente sonora y el oyente. Las magnitud monoaural es la relación directo reverberante, y las binaurales son la intensidad binaural y la correlación cruzada interaural .



**Figura 7.2:** a) Diagrama de bandas de la porción de cristal sónico utilizada para las grabaciones obtenido con el método de expansión por ondas planas. b) Representación esquemática de la configuración experimental utilizada para realizar las grabaciones binaurales. La posición de la fuente sonora se muestra con un símbolo similar a un parlante en la parte superior de la figura. Para las grabaciones binaurales, el maniquí binaural fue posicionado en cada intersección de la grilla. Los círculos nergros muestran las posiciones de los sujetos experimentales durante las grabaciones binaurales utilizadas en la generación de los estímulos para los experimentos psicoacústicos. El área grisada en el diagrama de bandas delimita una banda de refracción negativa ( $f=1.12$  kHz,  $BW=1/3$  octava) cuya intensidad monoaural fue medida utilizando un sonómetro y es graficada en dB como un sombreado en b). Los rayos rojos y azules en b) muestran una representación sencilla de la focalización por refracción negativa.

### 7.2.2.1. Intensidad binaural

El indicio más relevante para la percepción auditiva de distancia es la sonoridad<sup>3</sup> percibida de una fuente sonora[158]. La intensidad es una magnitud física fuertemente relacionada con la sonoridad y nos ayudará a caracterizar el efecto del CS en este percepto. La intensidad binaural (IB) se obtiene sumando linealmente las intensidades de las señales que llegan a cada uno de los oídos como se muestra a continuación:

<sup>3</sup>La sonoridad es una magnitud perceptual que representa la sensación auditiva que nos permite decir si un sonido es débil o fuerte[98].

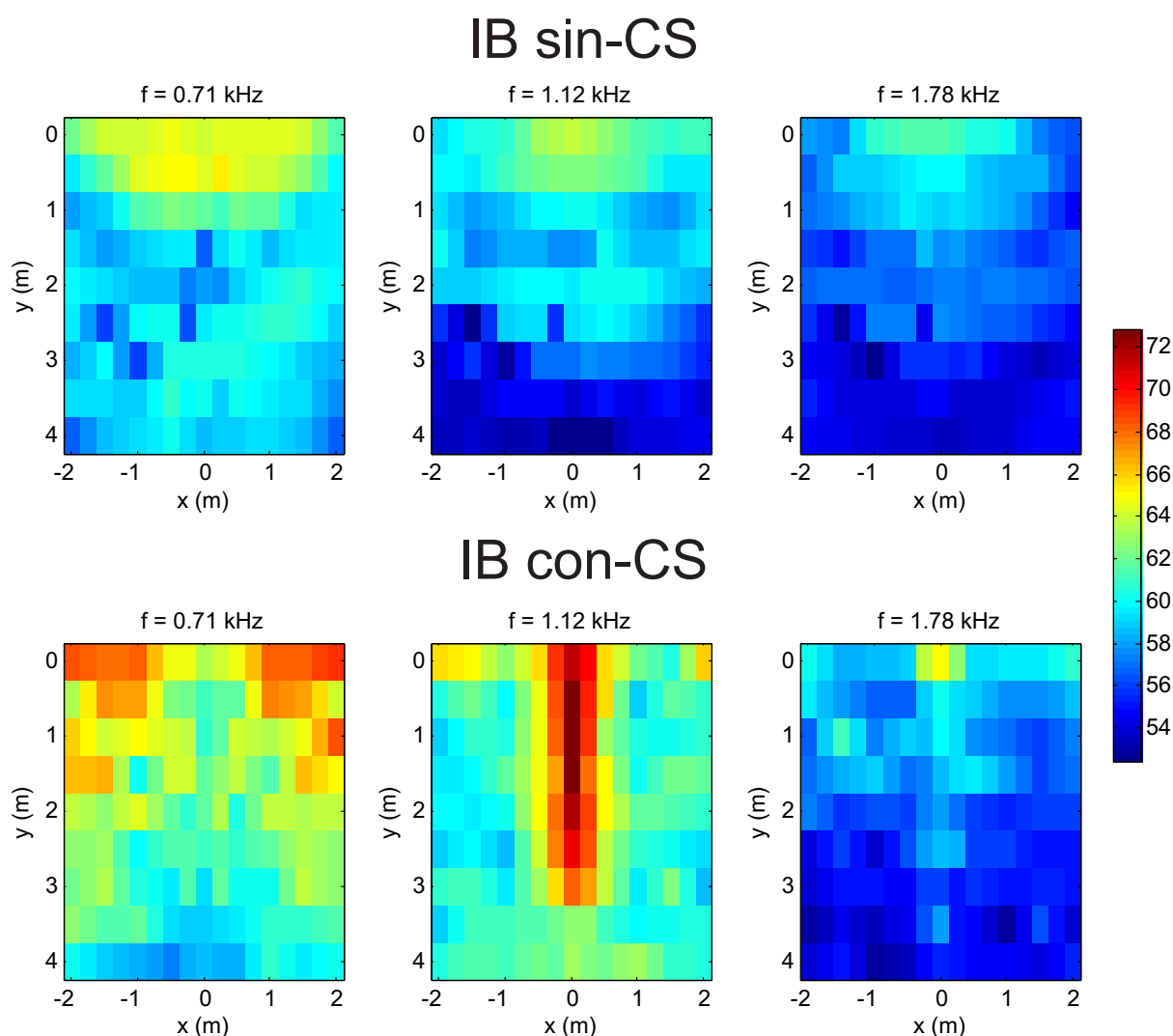
$$I_{l,r} = \frac{1}{L} \int_0^L p_{l,r}^2(t) dt \quad (7.1)$$

$$BI = 10 \log_{10} [(I_l I_r)^{1/2} / I_{ref}] \quad (7.2)$$

donde  $I_{l,r}$  es la intensidad individual del oído izquierdo y derecho respectivamente,  $p_{l,r}(t)$  es el campo de presiones en cada oído filtrado con un filtro A,  $L$  la longitud de la señal grabada, e  $I_{ref} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  es la intensidad de referencia. El filtrado A tiene en cuenta la curva de sensibilidad del oído y por eso al calcular la intensidad con la señal filtrada obtenemos un valor de intensidad más representativo de la sonoridad percibida que calculándola con la señal sin filtrar.

En la figura 7.3 se muestra la IB para tres bandas de frecuencia seleccionadas y todas las posiciones de la grilla de medida de la figura 7.2 b). Las frecuencias centrales representan tres regímenes del CS y son: 0,71 kHz (banda prohibida para la incidencia normal), 1,12 kHz (focalización por refracción negativa), y 1,78 kHz (frecuencia superior a la banda de focalización). Las tres figuras superiores corresponden a las medidas realizadas para la condición sin-CS (condición de referencia) y las tres inferiores a las medidas con-CS.

En la banda correspondiente a la banda BG parcial se evidencia una disminución de la IB en la zona central para la condición con-CS. Esta disminución se debe a que parte de la energía proveniente de la fuente que incide en la porción de CS en la dirección normal (o cercana a ésta) no consigue atravesarla por tratarse de una banda prohibida. Sin embargo, la disminución en los laterales no resulta tan notoria para esta banda debido a que, por tratarse de una banda de baja frecuencia, parte de la onda se difracta alrededor del módulo finito de CS. Cuando entramos a la banda de focalización por refracción negativa, la IB para la condición sin-CS se mantiene prácticamente igual a la banda de frecuencia más baja aunque aumenta su decaimiento ya que la sala es más absorbente para esas frecuencias. Por otro lado, para la condición con-CS, la IB muestra un aumento notable para una región estrecha en la línea central ( $x = 0$  en la figura 7.2 b) de la grilla. De hecho, en algunos puntos de la grilla la BI es mayor para la condición con-CS que para la condición sin-CS. Si se continúa incrementando la frecuencia hasta abandonar la banda de focalización, se obtiene una BI muy similar para las condiciones sin- y con-CS. Esta gráfica pone de manifiesto que el efecto en la IB de colocar un módulo de CS entre la fuente y el oyente es fuertemente dependiente de la frecuencia del sonido.

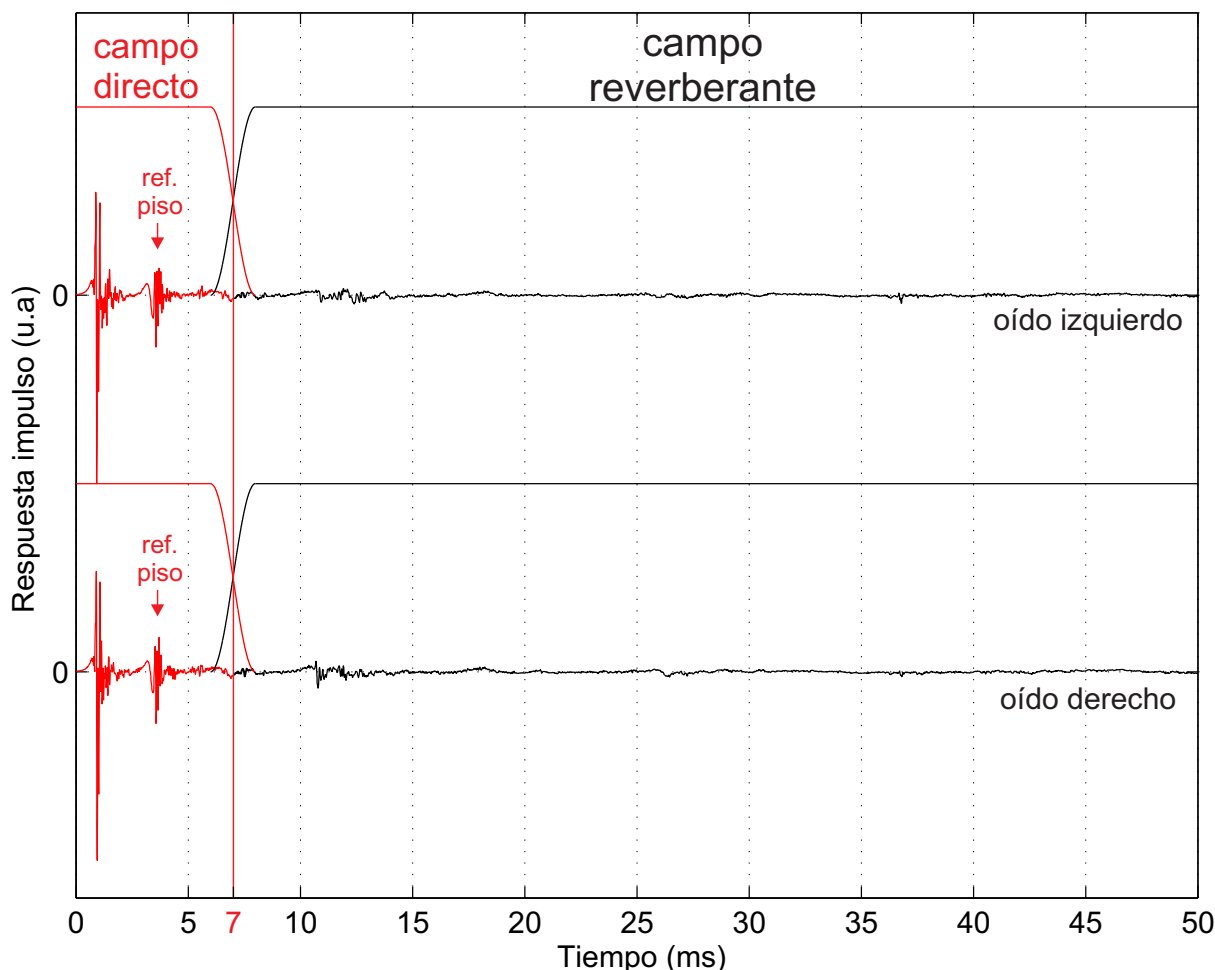


**Figura 7.3:** Intensidad binaural (IB) en dB para tres bandas de frecuencia de un tercio de octava y todas las posiciones de la grilla de medida. Las frecuencias centrales son 0,71 kHz (banda prohibida para la incidencia normal), 1,12 kHz (focalización por refracción negativa), y 1,78 kHz (frecuencia superior a la banda de focalización). Las tres figuras superiores corresponden a las medidas realizadas en a condición sin-CS (condición de referencia) y las tres figuras de abajo a las medidas con-CS.

### 7.2.2.2. Relación directo reverberante

Otro indicio significativo utilizado para evaluar la distancia a una fuente sonora es la relación directo reverberante (D/R)[158]. Como se explicó anteriormente, la D/R es el cociente entre la energía del sonido directo y la energía del campo reverberante. Esto significa que a valores más altos de D/R corresponden sonidos con mayor energía en el sonido directo. Dentro de un recinto, al aumentar la distancia entre la fuente sonora y el oyente, la energía del sonido directo

disminuye mientras que la energía del campo reverberante se mantiene prácticamente constante, es por esto que a fuentes más cercanas le corresponden valores más altos de  $D/R$  y viceversa.



**Figura 7.4:** RIB para ambos oídos obtenida de una grabación realizada sobre la línea central y a 1 m del CS. En la misma puede verse la diferencia entre el campo directo (rojo) y el campo reverberante (negro). El corte entre ambas partes de la señal tiene lugar a los 7 ms y las líneas negras y rojas sobre la señal simbolizan la ventana utilizada para separar ambas partes de la señal. En la parte directa aparece la reflexión del piso (*ref. piso*).

En la figura 7.4 se muestra la respuesta impulso binaural obtenida de una grabación realizada sobre la línea central y a 1 m del CS ( $x=0$  e  $y=1$  m en la grilla de la figura 7.2 b) son el módulo de CS entre la fuente y el oyente. En la figura puede verse la diferencia entre el campo directo (rojo) y el campo reverberante (negro). Para separar el sonido directo del campo reverberante se utilizó una ventana cuadrada con una rampa cosenoidal de 2 ms centrada en  $t_0 = 7ms$  como las que se ven representadas sobre la señal en la figura 7.4. También se observa que el campo directo incluye la primera reflexión en el piso (*ref. piso*) ya que la misma colabora con la formación de

la imagen auditiva de la fuente[77].

En nuestro caso, el D/R es calculado para cada banda de frecuencia filtrando las respuestas impulso con los mismos filtros de un tercio de octava utilizados para generar las muestras de bandas de ruido filtrado. Una vez separados el campo directo y reverberante de las respuestas impulso binaurales filtradas utilizamos la siguiente fórmula para calcular la D/R para cada banda de frecuencias:

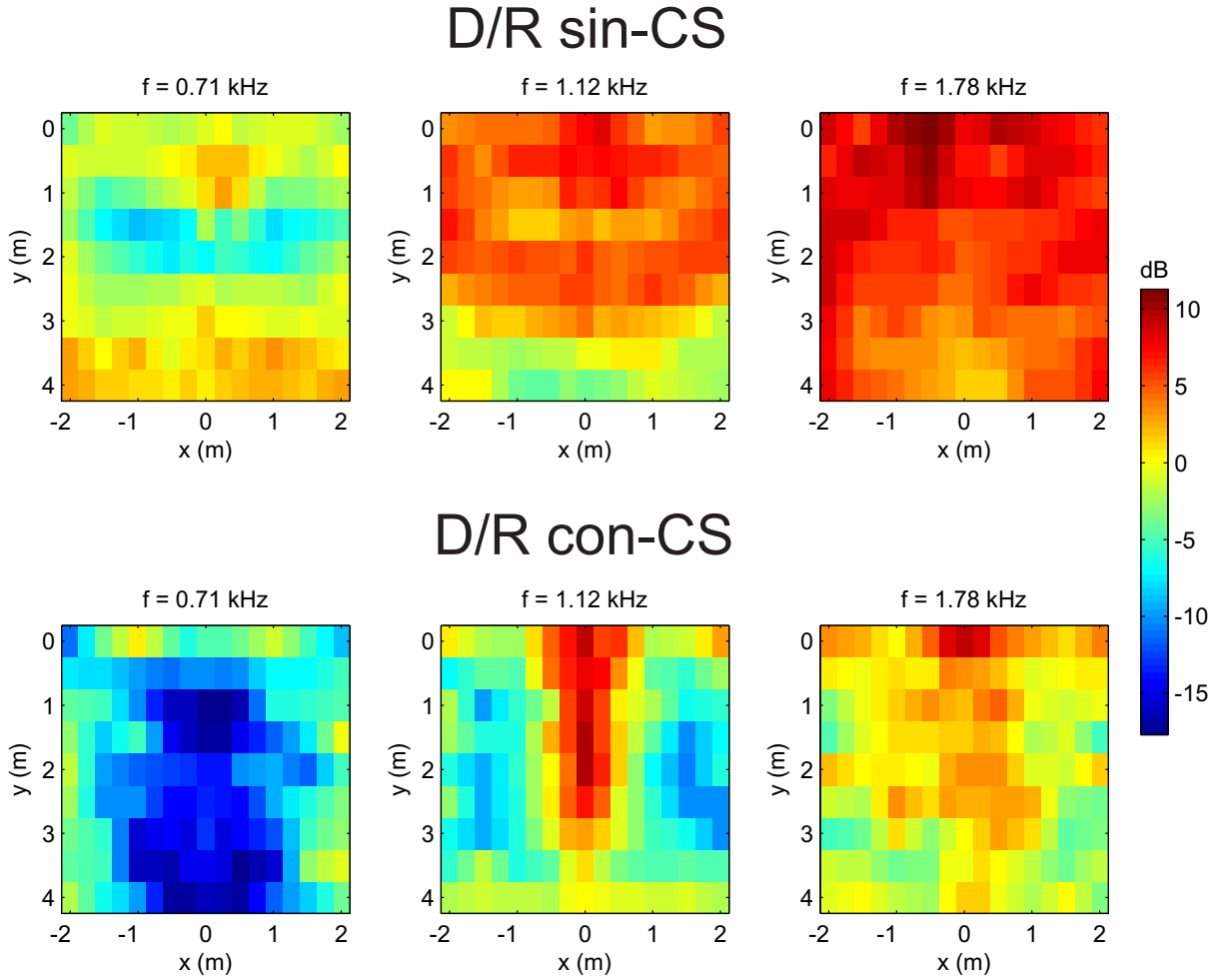
$$D/R_n = 10 \log_{10} \left( \frac{\int h_n(t)w(t)dt}{\int h_n(t)(1-w(t))dt} \right) \quad (7.3)$$

donde  $h_n(t)$  y  $D/R_n$  don la respuesta impulso de la n-ésima banda y su relación directo reverberante respectivamente.

En la figura 7.5 puede verse el valor de D/R en dB para las mismas tres bandas de frecuencia utilizadas en la IB y todas las posiciones de la grilla de medida de la figura 7.2 b). Para la condición sin-CS, la D/R varía de manera relativamente suave aumetando su valor al incrementar la frecuencia. Esta tendencia se debe al aumento de la absorción del recinto asociado al incremento de la frecuencia de la banda de ruido. Por otro lado, para la condición con-CS en la banda prohibida parcial ( $f=0,71$  kHz), los valores de D/R son menores que para sin-CS ya que, debido a ser una banda de propagación prohibida para la incidencia normal, gran parte de la energía del sonido directo no se propaga a través del CS. El caso de la banda de 1,12 kHz es diferente, ya que la focalización genera un sonido pseudo-directo al otro lado del módulo de CS aumentando la D/R. Al igual que en la IB se ve un aumento para una región estrecha a lo largo de la fila central. Finalmente, para la banda de más alta frecuencia, el D/R varía de forma suave, pero esta vez sin tener valores tan bajos como en la banda prohibida parcial ya que parte de la energía del sonido directo atraviesa el CS.

### 7.2.2.3. Correlación cruzada interaural

La D/R es considerada un indicio monoaural, pero la reverberación también produce variaciones binaurales al alterar la correlación de las señales entre los oídos[75]. La clave binaural más estudiada es la correlación cruzada interaural (IACC) y es una medida de cuán correlacionadas están las señales que arriban a ambos oídos del oyente. Para un oyente en un recinto tradicional, el sonido directo arriba fuertemente correlacionado ya que sólo viaja a través del aire, esto conlleva a un alto valor de la IACC. Por otro lado, el campo reverberante se caracteriza por una



**Figura 7.5:** Relación directo reverberante ( $D/R$ ) en dB para tres bandas de frecuencia de un tercio de octava y todas las posiciones de la grilla de medida. Las frecuencias centrales son 0,71 kHz (banda prohibida para la incidencia normal), 1,12 kHz (focalización por refracción negativa), y 1,78 kHz (frecuencia superior a la banda de focalización). Las tres figuras superiores corresponden a las medidas realizadas a condición sin-CS (condición de referencia) y las tres figuras de abajo a las medidas con-CS.

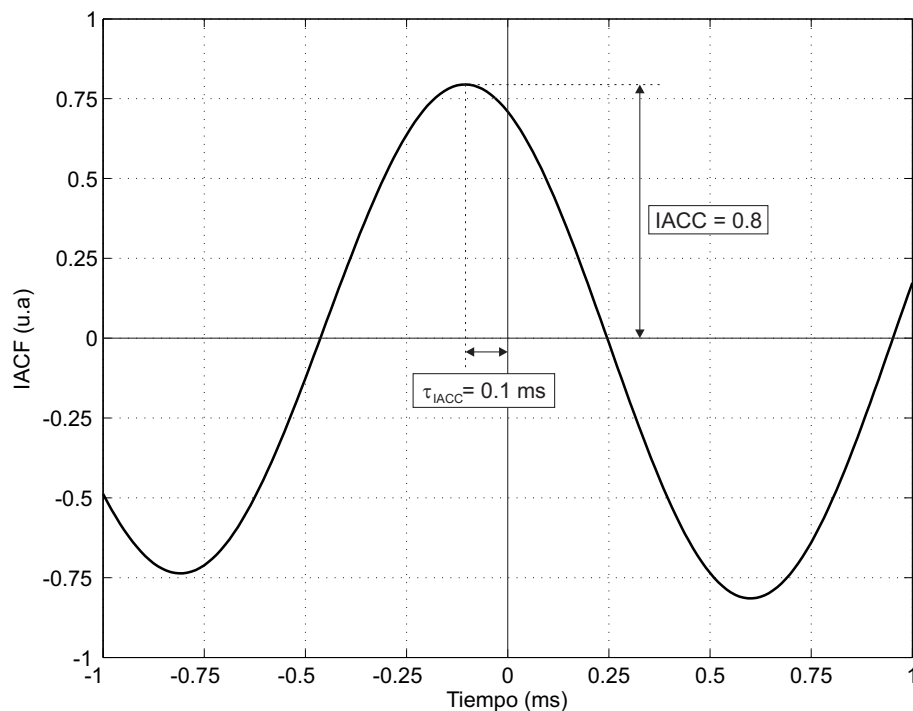
baja correlación de la señal entre los oídos debido a las repetidas reflexiones del sonido en las paredes del recinto.

La IACF se define como el valor máximo de la función de correlación cruzada interaural  $IACF(\tau)$ , que es una función del desfase de las señales entre ambos oídos ( $\tau$ ) definida por[3]:

$$\phi_{lr}(\tau) = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} p'_l(t)p'_r(t + \tau)dt \quad (7.4)$$

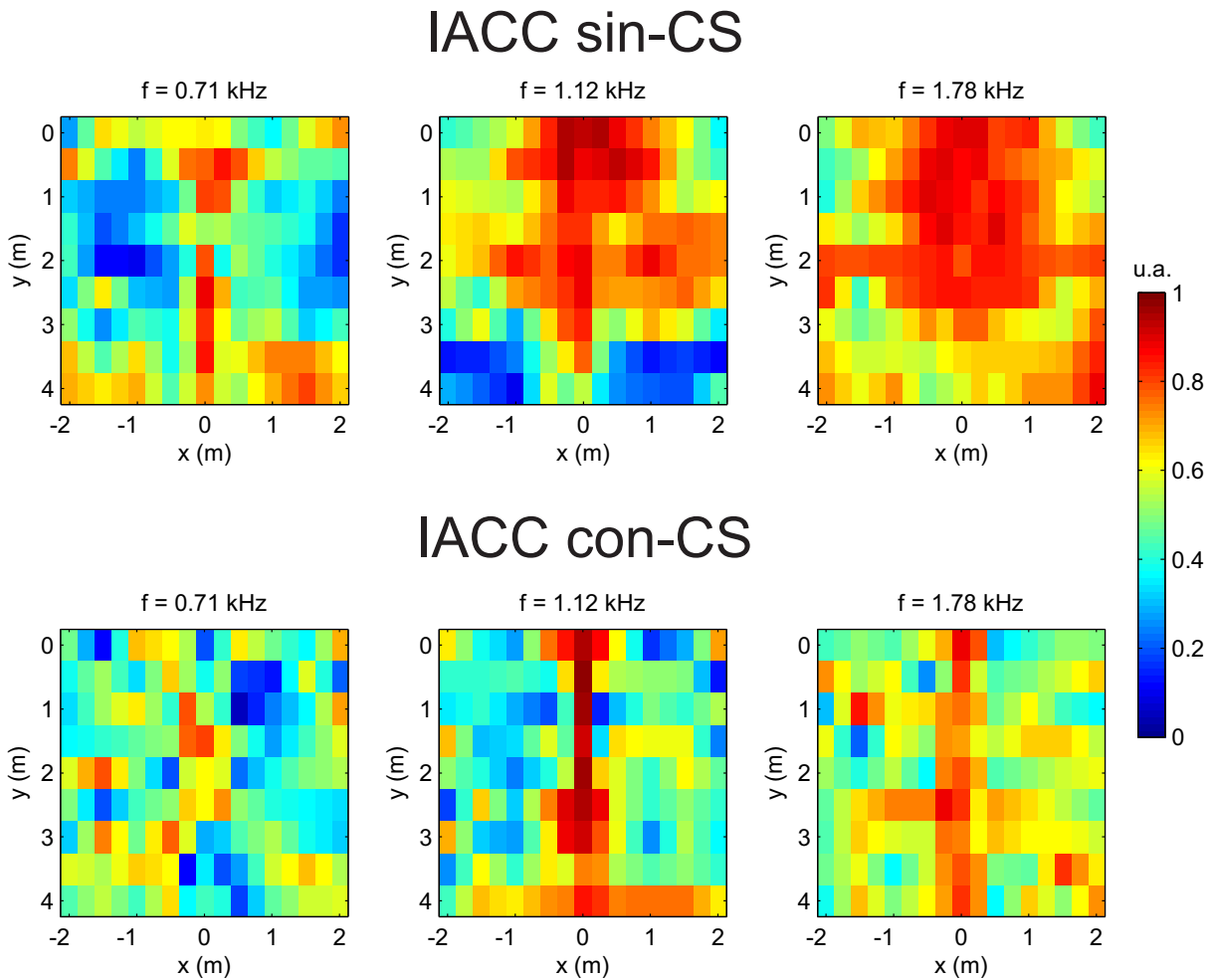
$$IACF(\tau) = \phi_{lr}(\tau)/[I_r I_l]^{1/2} \quad (7.5)$$

En la figura 7.6 se muestra la función  $IACF(\tau)$  para una banda de frecuencia de 0,71 kHz en a  $x=+0,5$  m e  $y=1$  m de la grilla de la figura 7.2 b) y sin el módulo de CS entre la fuente y el oyente. En la misma podemos identificar tanto el valor máximo (IACC) como el corrimiento de este ( $\tau_{IACC}$ ) que está relacionado con las diferencias temporales entre oídos. Como es de esperarse, para sonidos que proceden de fuentes ubicadas directamente al frente o detrás del oyente, el valor de  $\tau_{IACC}$  será cercano a cero. Este último es el caso las grabaciones binaurales realizadas en la fila central de la grilla de nuestra configuración experimental.



**Figura 7.6:** Función de correlación cruzada interaural  $IACF(\tau)$  para una banda de frecuencia de 0,71 kHz en a  $+0,5$  m de la línea central y a 1 m del CS (ver grilla de figura 7.2 b). El valor máximo de la función se denomina IACC y el corrimiento temporal de este máximo  $\tau_{IACC}$ .

En la figura 7.7 se muestra el valor de la IACC para las mismas tres bandas de frecuencia utilizadas anteriormente y todas las posiciones de la grilla de medida de la figura 7.2 b). En este caso, la tendencia es mucho más débil que en caso de la IB y la D/R. La presencia del CS tiene un efecto de disminución de la IACC salvo para el caso de la banda de focalización por refracción negativa en la que puede notarse un aumento (con valores cercanos a uno) para una región estrecha a lo largo de línea central. Esto puede justificarse nuevamente por el hecho de que la focalización genera un sonido pseudo-directo al otro lado del módulo de CS que conlleva a un aumento de la correlación entre ambos oídos.



**Figura 7.7:** Correlación cruzada interaural (IACC) para tres bandas de frecuencia de un tercio de octava y todas las posiciones de la grilla de medida. Las frecuencias centrales son 0,71 kHz (banda prohibida para la incidencia normal), 1,12 kHz (focalización por refracción negativa), y 1,78 kHz (frecuencia superior a la banda de focalización). Las tres figuras superiores corresponden a las medidas realizadas en a condición sin-CS (condición de referencia) y las tres figuras de abajo a las medidas con-CS.

### 7.2.3. Resultados para la fila central

Como en la segunda parte del capítulo estaremos interesados en el campo acústico para la fila central ( $x=0$ ), la figura 7.8 condensa los resultados de las tres magnitudes estudiadas anteriormente, a lo largo de la dirección  $y$  para  $x=0$ . En la misma se muestran las magnitudes de IB, D/R e IACC como columnas y la condición con-CS y sin-CS como filas. Cada magnitud aparece en l afigura en función de la frecuencia central de la banda de ruido y la distancia al CS a lo largo del eje central.

La diferencia más notoria entre las dos condiciones es el incremento de las tres magnitudes

para la condición con-CS alrededor de la banda de focalización por refracción negativa (1-1.5 kHz). También, puede verse que la posición del máximo se mueve a lo largo del eje de distancia al variarse la frecuencia desde aproximadamente 0,5 m para 1 kHz hasta 4 m for 1,5 kHz. La focalización es claramente visible para la magnitud IB, pero un incremento relativo es también observado en la IACC y la D/R. Vale la pena notar que, si bien existen pequeñas diferencias, la región de focalización es aproximadamente la misma para las tres magnitudes analizadas.

Otro rasgo que puede verificarse en las tres magnitudes es una disminución de las mismas debida a la banda prohibida parcial del CS en la banda de 0,6 a 0,9 kHz, aproximadamente. Si bien se trata de una banda prohibida parcial, parte de la energía proveniente de la fuente sonora incide en el CS con ángulos cercanos a la dirección  $\Gamma$ -X, donde la propagación no está permitida, disminuyendo notablemente la transmisión. Esto produce una disminución en la energía del campo directo y con esta una disminución de la IB, el D/R y el IACC. En el caso de la IACC, la disminución se debe a que, como se dijo anteriormente, el aumento de la energía del campo reverberante en relación al campo directo conlleva a una disminución del IACC.

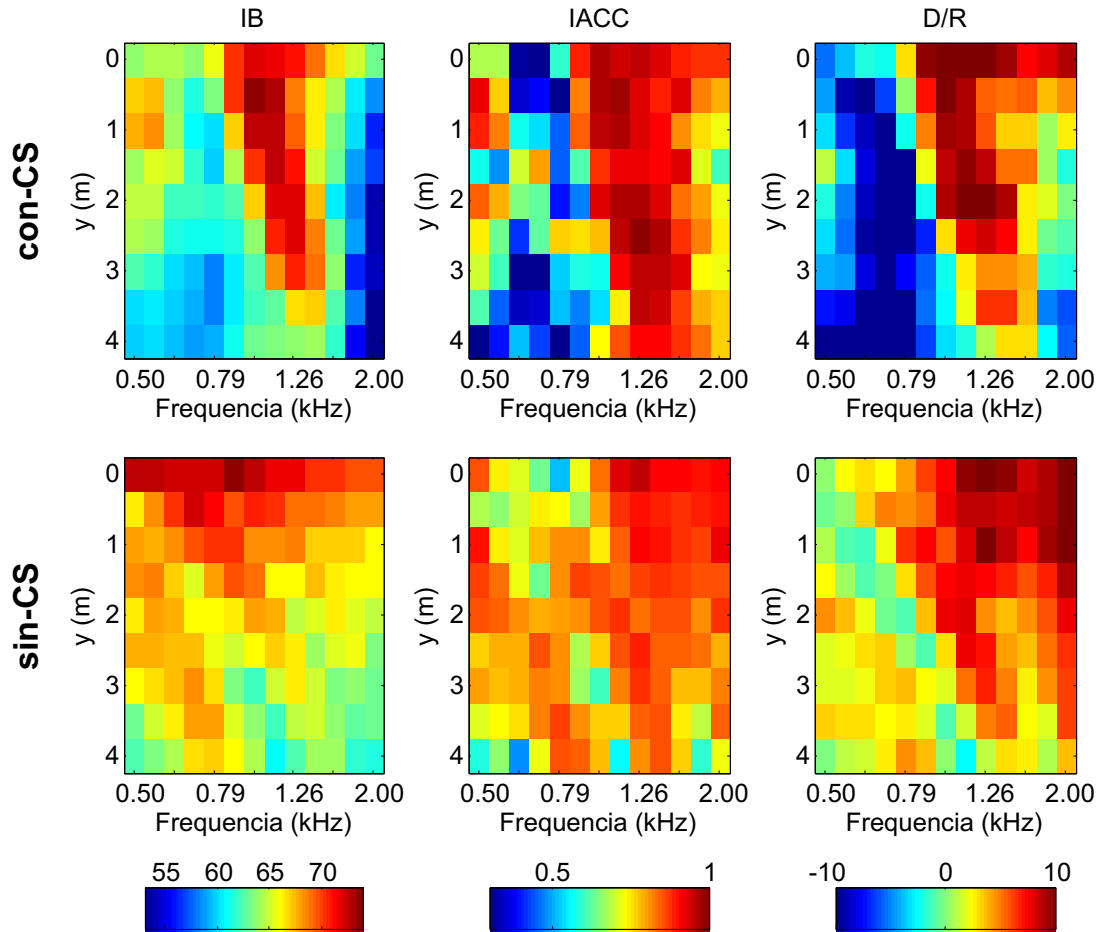
En la IB y el IACC se observa también un aumento de estas magnitudes para la condición con-CS en una zona pequeña que ocupa las dos primeras bandas de frecuencia y las posiciones de 0,5 y 1 m. Este aumento también se debe a una focalización por refracción negativa, pero en este caso no debido a que  $\nabla w(\mathbf{k}) < 0$  sino a que, al existir un BG parcial, la curvas de equifrecuencias no son círculos centrados en el origen de la zona de Brioullin sino centrados en el punto J (ver sección 2.4).

## § 7.3 EXPERIMENTOS PSICOACÚSTICOS

A continuación se detallan los experimentos psicoacústicos realizados para caracterizar el efecto en la percepción auditiva de distancia de un oyente humano al colocar un módulo de CS entre el oyente y la fuente sonora.

### 7.3.1. Sujetos experimentales

Cuatro sujetos (con edades entre 30 y 42 años) participaron del experimento. Todos los participantets reportaron umbrales de audición normal y contaban con experiencia previa en experimentos de psicoacústica. Los sujetos participaron de cuatro sesiones de una hora de duración: las primeras dos sesiones fueron utilizadas para realizar las grabaciones (condiciones con-



**Figura 7.8:** *Intensidad Binaural IB (izquierda), correlación cruzada interaural IACC (centro) y relación directo reverberante D/R (derecha) para las bandas de ruido de un tercio de octava en la línea central de la grilla de medida presentada en la figura 7.2 b). Las gráficas de la parte superior corresponden a las medidas llevadas a cabo con el módulo de cristal sónico ubicado entre la fuente y el oyente (condición con-CS) y las gráficas inferiores a la condición de referencia (condición sin-CS). Los resultados fueron obtenidos a lo largo del eje de simetría ( $x=0$ ) con una distancia perpendicular al cristal sónico de 0 a 4 m con pasos de 0,5 m. Los resultados para IB y D/R están expresados en dB, mientras que en la IACC se utilizan unidades adimensionales.*

y sin-CS) y las siguientes dos sesiones se utilizaron para los experimentos psicoacústicos.

### 7.3.2. Estímulos

Los estímulos utilizados en los experimentos de psicoacústica fueron las mismas bandas de ruido descritas en la sección 7.2.1, grabadas con la misma configuración experimental detallada anteriormente, pero utilizando a sujetos experimentales con micrófonos intraaurales (SP-TFB-2) en lugar del maniquí binaural. De esta manera, los estímulos de cada sujeto experimental se obtienen a partir de una grabación binaural personalizada. El objetivo de esto es minimizar las

variaciones individuales de filtrado espectral entre la grabación y la reproducción para alcanzar así una mejor representación espacial de la fuente.

Los oyentes humanos fueron ubicados a distancias perpendiculares de: (a) 0,5, (b) 1,5, (c) 2,5, and (d) 3,5 m (círculos negros en la figura 7.2 b), utilizando el punto medio entre los oídos como referencia. La cabeza fue fijada con un soporte de pera, y se utilizó una hoja de acetato estrecha en la altura de los ojos para la fijación de la mirada como un auto-control de la orientación de la cabeza. Se obtuvieron cuatro conjuntos personalizados de 52 grabaciones cada uno (13 bandas de ruido x 4 posiciones de escucha) utilizando el mismo equipamiento que en las grabaciones con el maniquí, y para las condiciones con- y sin-CS.

Para poder estudiar en detalle como el cambio del campo acústico afecta a la PAD, se aplicaron tres modificaciones a las muestras grabadas con el fin de obtener subconjuntos de estímulos con información acústica reducida. Las modificaciones realizadas son: (a) normalización de la sonoridad binaural, (b) convolución con una ventana rectangular. y (c) aleatorización de fase.

**a) Normalización de la sonoridad binaural (SB).** La sonoridad binaural fue calculada para todas las grabaciones (ver anexo A) y luego se ajustaron las amplitudes de las muestras para obtener la misma sonoridad binaural en todos los estímulos.

**b) Convolución con una ventana rectangular.** Todas las muestras fueron convolucionadas con una ventana rectangular de la misma duración que las muestras sonoras originales para eliminar así la cola reverberante del estímulo.

**c) Aleatorización de fase.** Utilizando re síntesis y transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) la información de fase fue aleatorizada de las muestras grabadas (ver anexo B).

Cada una de estas modificaciones elimina o reduce significativamente una los tres indicios de PAD en los que estamos interesados en este estudio. La modificación (a) elimina el indicio de IB, la (b) reduce significativamente la información de D/R, y (c) elimina la pista de IACC ya que descorrelaciona completamente las muestras.

Se obtuvieron cinco grupos de estímulos combinando estas modificaciones: **(1)** las grabaciones originales en las cuales los tres indicios están presentes (IB, IACC y D/R); **(2)** estímulos con sólo el indicio de IACC, luego de las modificaciones (a) y (b); **(3)** estímulos con solo el indicio de IB, luego de las modificaciones (b) y (c); **(4)** estímulos con solo el indicio de D/R, luego e las modificaciones (a) y (c); y **(5)** estímulos control, luego de las modificaciones (a), (b) y

(c). Este último tipo de estímulos aún conserva diferencias espectrales entre las dos condiciones (con- y sin-CS) debido al efecto de filtrado del CS.

Los estímulos fueron modificados utilizando Matlab, convertidos por una placa de sonido externa (Focusrite Saphire LE) y presentados a los sujetos utilizando unos auriculares Sennheiser HD600 en el mismo ambiente acústico donde se realizaron las grabaciones.

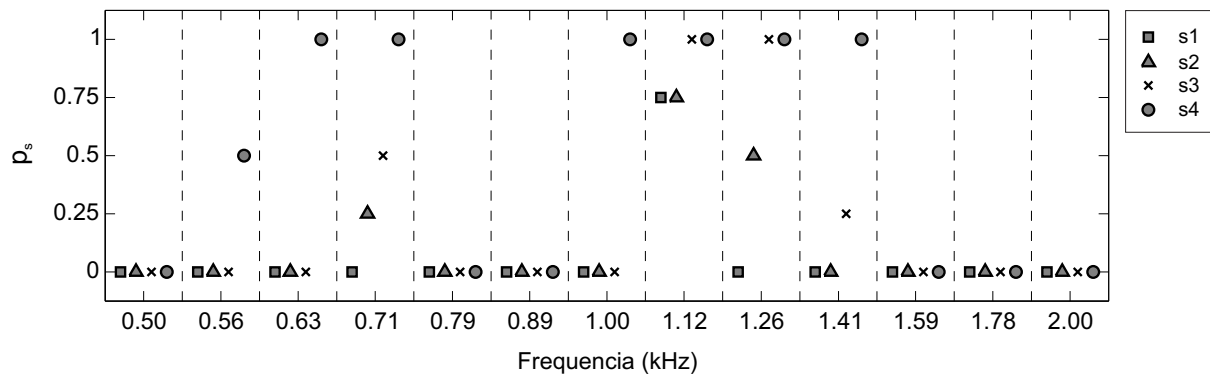
### 7.3.3. Procedimiento experimental

El experimento se dividió en cinco bloques, cada uno de ellos utilizando un grupo de estímulos de los descritos anteriormente. El primer bloque fue siempre el correspondiente al grupo de estímulos (1), mientras que los otros cuatro fueron llevados a cabo en orden aleatorio, distribuidos en dos sesiones. Cada bloque consistió en la presentación repetida de un par de estímulos de la misma banda de frecuencia y posición, con- y sin-CS, en orden aleatorio (presentación) donde las primeras 20 presentaciones fueron consideradas entrenamiento y posteriormente descartadas. La tarea en cada presentación consistió en juzgar cual de los dos estímulos era percibido *más lejos*. A los sujetos les era permitido repetir cada par de estímulos, pero estaban forzados a elegir una de las dos alternativas. No se entregaba ninguna retroalimentación de la respuesta y cada par de estímulos fue presentado cuatro veces, dando un total de 208 presentaciones por bloque de experimentos.

### 7.3.4. Resultados

Como estamos interesados en las variaciones en la PAD, para el análisis estadístico de los datos se define como ‘éxito’ a la elección de la condición sin-CS como el estímulo percibido más lejos por el sujeto experimental. Esto significa que ‘éxito’ corresponde al caso en que el CS provoca un cambio tal que la fuente sonora se perciba como más cercana que cuando el CS no está presente. La probabilidad de éxito se calculó como una función de la frecuencia y la posición para cada sujeto ( $p_s$ ) y para el resultado de los cuatro sujetos combinados ( $p_t$ ), utilizando una distribución binomial.

A modo de ejemplo, en la figura 7.9 se muestran las  $p_s$  para la posición ‘b’ y la condición de todos los indicios (experimento 1) como una función de la frecuencia y diferenciada para cada sujeto. Esta representación de los datos fue elegida porque ejemplifica dos características de las respuestas: i) Como se demostrará luego, la variación de  $p_s$  depende principalmente de la frecuencia, y ii) existen algunas discrepancias en el valor de  $p_s$  entre sujetos para determinadas



**Figura 7.9:** Probabilidad de éxito  $p_s$  calculada para la posición ‘b’ y la condición de todas los indicios (experimento 1) como una función de la frecuencia y diferenciada por sujetos.

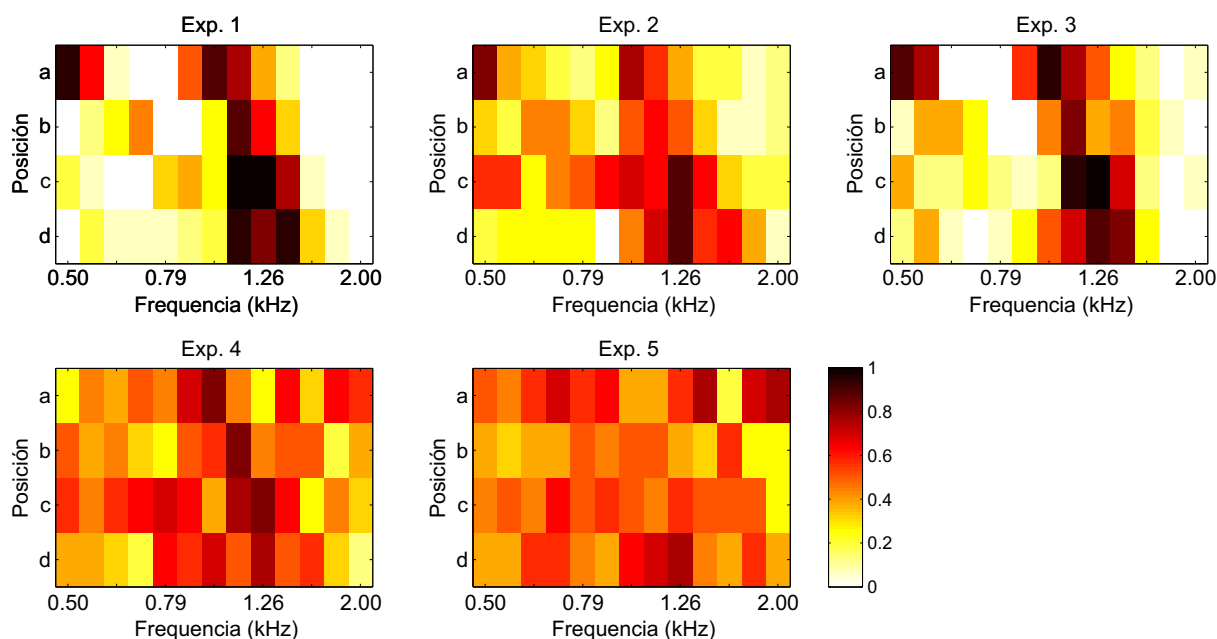
condiciones. A pesar de esta última característica, pueden distinguirse regiones en las que todos los sujetos tienden a percibir una condición más lejana que la otra, y viceversa.

En la figura 7.10 se muestran la probabilidad de éxito promediada ( $p_t$ ) en función de la posición y la frecuencia para los cinco tipos de estímulos (Exp. 1 a Exp. 5).

Para analizar estos datos, en la figura 7.11 clasificamos los valores de  $p_t$  en tres casos. Caso A: el límite superior del intervalo de confianza<sup>4</sup> ( $\alpha = 0,05$ ) de  $p_t$  es menor a 0,5, que corresponde al caso en el que la fuente es consistentemente percibida como más lejana en la condición con-CS (área de color blanco). Caso B: el intervalo de confianza de  $p_t$  incluye el valor 0,5, que corresponde a los casos ‘ambiguos’ donde la fuente no fue consistentemente percibida ni más cerca ni más lejos para la condición con-CS (área de color naranja). Caso C: el límite inferior del intervalo de confianza de  $p_t$  es mayor a 0,5, que corresponde al caso ‘éxito’ cuando la fuente es consistentemente percibida como más cercana para la condición con-CS (área de color negro). Tanto los casos A como C corresponden a un cambio en la PAD causado por la presencia del módulo de CS entre la fuente y el oyente.

En la figura 7.11 se observa que los casos de ‘éxito’ donde se produjo un acercamiento significativo de la fuente al colocar el módulo de CS (área de color negro) ocurren en zonas determinadas de posición y frecuencia. Los resultados para los estímulos del tipo 1 (todas las pistas) muestran una región más grande, incluyendo ocho casos, mientras que para los estímulos del tipo 2 a 4, se cuentan tres, siete y cuatro casos respectivamente, todos dentro de la misma región. Comparando estos resultados con la primera fila de la figura 7.8 resulta claro que esta región corresponde a la región de focalización por refracción negativa del CS.

<sup>4</sup>Intervalo Clopper-Pearson.

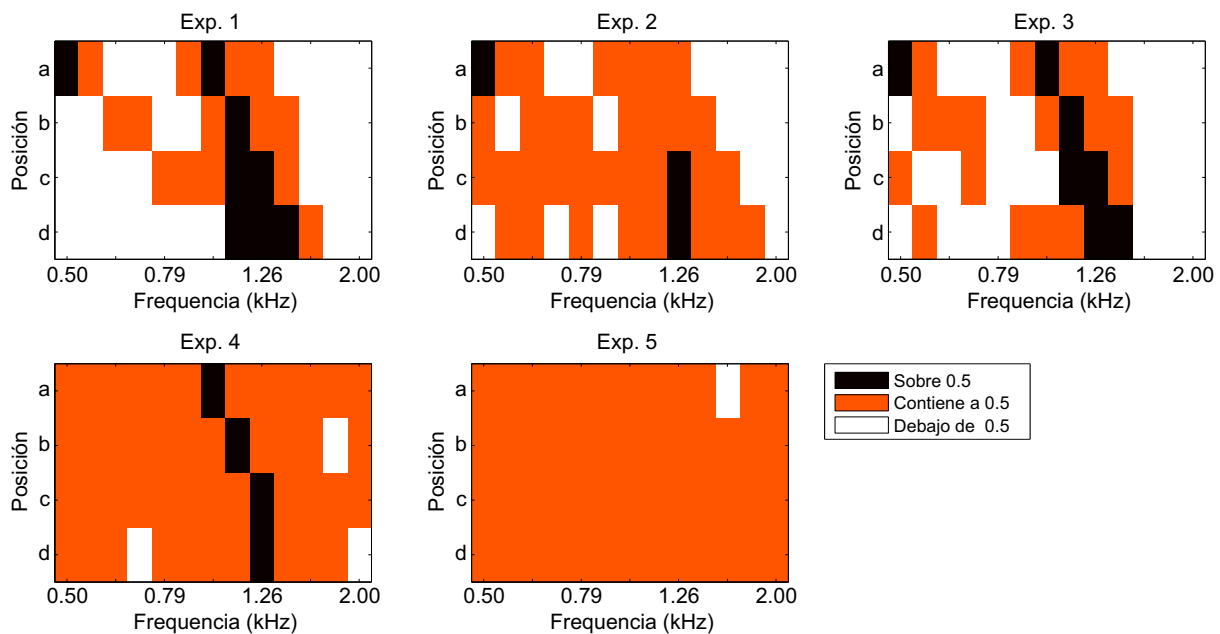


**Figura 7.10:** Probabilidad de ‘éxito’ (percibir la fuente más cercana en la condición con-CS) promediada entre todos los sujetos para cada tipo de estímulo (experimentos 1 a 5) como una función de la frecuencia y la posición.

Los estímulos de tipo 1 incluyen todas las pistas (IB, IACC y D/R) y, como era esperable, sus resultados tienen el número más bajo de casos ambiguos. El segundo experimento con menos casos ambiguos es el 3 (pista de IB), esto sugiere que la IB es la pista más relevante para el cambio en la PAD para esta configuración experimental. Además, el experimento 3 replica la zona de ‘éxito’ del experimento 1 en todos menos un caso (posición ‘d’, frecuencia 1.12 kHz).

El tercer resultado ordenado de menor a mayor cantidad de casos ambiguos es el correspondiente al experimento 2 (clave de IACC). Aún cuando sólo se cuentan 3 casos donde se ve un acercamiento de la fuente para la condición con-CS, las dos regiones de focalización y la banda prohibida son distinguibles. Esto implica que existe un cambio en la PAD aún cuando sólo está disponible la información de fase relativa entre los oídos. Este es un resultado interesante ya que sugiere que la focalización no es un fenómeno sólo relacionado con la amplitud. Una posible explicación de este cambio es que al incrementar la coherencia de fase entre los dos oídos, debido a la convergencia de los frentes de onda creados por la refracción negativa, la fuente parezca más cercana de lo que realmente se encuentra.

Para los resultados correspondientes al experimento 4 (clave de D/R) existen siete casos con cambios significativos en la PAD, cuatro de ellos dentro de la región de focalización, y el resto de los casos resultan ambiguos. Este resultado muestra que cuando no hay información de fase



**Figura 7.11:** Los resultados de la probabilidad de éxito  $p_t$  son clasificados en tres casos de acuerdo a sus intervalos de confianza ( $\alpha = 0,05$ ). El área de color blanco corresponde a los valores de probabilidad significativamente menores que 0,5 (caso A - con-CS más lejos). El color gris corresponde a los valores de probabilidad no significativamente diferentes de 0,5 (Caso B - azar). El color negro corresponde a los valores de probabilidad significativamente mayores a 0,5 (caso C - con CS más cerca).

relativa entre los oídos ni de intensidad sonora de la fuente resulta muy difícil juzgar si la fuente con- o sin-CS está más lejos.

Analizando los resultados del experimento 5, la respuesta de los sujetos resulta ambigua para todos los puntos menos uno. Es decir, los sujetos no reportaron una diferencia significativa en la distancia a la fuente para las condiciones con- y sin-CS. Estos resultados sugieren que, si bien cambios en el contenido espectral de la señal pueden ser asociados con cambios en la PAD[158], este no es el caso para la configuración experimental utilizada. Esto puede deberse a que, al utilizar estímulos de ruido de banda angosta, el efecto de filtrado del CS no afecta al espectro de la señal de manera suficiente como para alterar la PAD. Este experimento fue llevado a cabo como control para los experimentos previos, y justifica a posteriori la elección de BI, IACC y D/R como las únicas pistas que afectan la PAD al colocar un módulo de CS entre la fuente sonora y el oyente.

### 7.3.5. Correlación con las medidas acústicas

Para analizar la influencia de las magnitudes acústicas calculadas anteriormente en las respuestas de los sujetos, se realizó un estudio de correlación entre la probabilidad promediada entre los cuatro sujetos para cada tipo de estímulo ( $p_t$ ) y: (a) la diferencia de sonoridad binaural (SB) entre las condiciones con- y sin-CS, (b) la diferencia de IACC entre las condiciones con- y sin-CS, y (c) la diferencia entre la raíz cuadrada de los cocientes de energía del campo directo y el campo reverberante (la D/R antes de aplicar el logaritmo) entre las condiciones con- y sin-CS. Utilizamos la sonoridad binaural y la raíz cuadrada de los cocientes de energía entre el directo y el reverberante ya que estas son magnitudes psicofísicas que se relacionan directamente con la PAD.

	1 (todas las claves)		2 (solo IACC)		3 (solo BI)	
	$r$	IC	$r$	IC	$r$	IC
SB	0.85***	0.75/0.91	0.68***	0.5/0.8	0.87***	0.79/0.93
IACC	0.6***	0.39/0.75	0.54***	0.32/0.71	0.53***	0.3/0.7
DR	0.73***	0.57/0.84	0.73***	0.57/0.83	0.72***	0.56/0.83

	4 (solo D/R)		5 (solo espectro)	
	$r$	IC	$r$	IC
SB	0.5*	0.27/0.68	0.008	-
IACC	0.2	-	-0.03	-
DR	0.47***	0.22/0.65	0.07	-

**Tabla 7.1:** Coeficientes de correlación de Pearson entre la probabilidad promediada y tres medidas de la diferencia entre las condiciones con- y sin-CS: SB (diferencia de sonoridad binaural), IACC (diferencia entre los valores de IACC), y D/R (diferencia entre la raíz cuadrada de los cocientes de energía entre el directo y el reverberante). Los intervalos de confianza (IC) se muestran cuando los valores de  $r$  son significativamente diferentes del azar  $r = 0,5$ .

Los resultados de los coeficientes de la correlación de Pearson junto con su intervalo de confianza se muestran en la tabla 7.1. Los experimentos 1 a 3 presentan una alta correlación ( $p < 0,001$ ) con todas las magnitudes, con todos los límites inferiores del intervalo de confianza por encima de 0,5. Esto resulta esperable, ya que las magnitudes SB, IACC y DR están altamente correlacionadas entre ellas (la región de focalización es la misma en los tres casos, ver figura 7.8). Sin embargo, los resultados de los experimentos 1 y 2 dan valores de correlación más altos con la diferencia de SB ( $r > 0,85$ ). Para los resultados del experimento 4 sólo hay un valor  $r$  significativo ( $p < 0,001$ ) de 0,47 con la variación de D/R. Un valor de correlación de 0,5 se

obtiene también con la diferencia de SB pero con menor significancia ( $p = 0,005$ ). Finalmente, no se encontró correlación significativa de los resultados del experimento 5.

### 7.3.6. Modelo lineal generalizado

El análisis previo de los resultados sugiere que la región de focalización por refracción negativa del CS tiene un efecto significativo en la PAD. Para evaluar objetivamente esta relación entre las respuestas de los sujetos y la focalización, realizamos un análisis estadístico que tiene en cuenta una definición de focalización basada en una medida acústica. Definimos la región de focalización como la región donde la IB es mayor para la condición con-CS que sin-CS. Matemáticamente,

$$FOC = \begin{cases} 1, & \text{if } IB_{con-CS} - IB_{sin-CS} > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7.6)$$

En la figura 7.12 puede verse la diferencia de IB entre la condición con- y sin-CS para todas las bandas de frecuencia y las posiciones ‘a’, ‘b’, ‘c’ y ‘d’. Cuando la diferencia es mayor que cero esa combinación de posición y frecuencia pertenece a la ‘región de focalización’ (FOC) que utilizaremos a continuación en el test estadístico. Esta región aparece como un contorno negro punteado en la misma figura.

Teniendo en cuenta esta definición, calculamos la frecuencia<sup>5</sup> de cada tipo de respuesta para cada experimento, sujeto y condición de focalización. La condición de focalización se refiere a si una determinada respuesta, con una banda de frecuencia y posición asociadas, pertenece (FOC) o no (no FOC) a la condición de focalización previamente planteada. La respuesta cerca (C) o lejos (L) significa que el sujeto reportó al estímulo con-CS como percibido más cerca o lejos que el estímulo sin-CS, respectivamente. Estos resultados se listan en la tabla 7.2.

Se evidencian algunos patrones en las frecuencias de respuesta de los sujetos. Por ejemplo, en el experimento 1, para la condición ‘FOC’, todos los sujetos respondieron más frecuentemente C (con-CS más cerca), mientras que para la condición ‘no FOC’ los sujetos respondieron más frecuentemente L (con-CS más lejos). Este patrón puede encontrarse, con algunas pequeñas diferencias en los experimentos 2 a 4. Por otro lado, en el experimento 5 los sujetos parecen

<sup>5</sup>Frecuencia en este caso se refiere a la cantidad de veces que un sujeto respondió de una determinada manera, no confundir con la frecuencia de la banda de ruido.

Exp. 1	Foc		No Foc	
	C	L	C	L
S1	23	21	12	152
S2	36	8	16	148
S3	31	13	26	138
S4	44	0	50	114
	134	42	104	552

Exp. 2	Foc		No Foc	
	C	L	C	L
S1	32	12	59	105
S2	28	16	47	117
S3	21	23	58	106
S4	27	17	41	123
	108	68	205	451

Exp. 3	Foc		No Foc	
	C	L	C	L
S1	24	20	13	151
S2	35	9	21	143
S3	28	16	43	121
S4	44	0	51	113
	131	45	128	528

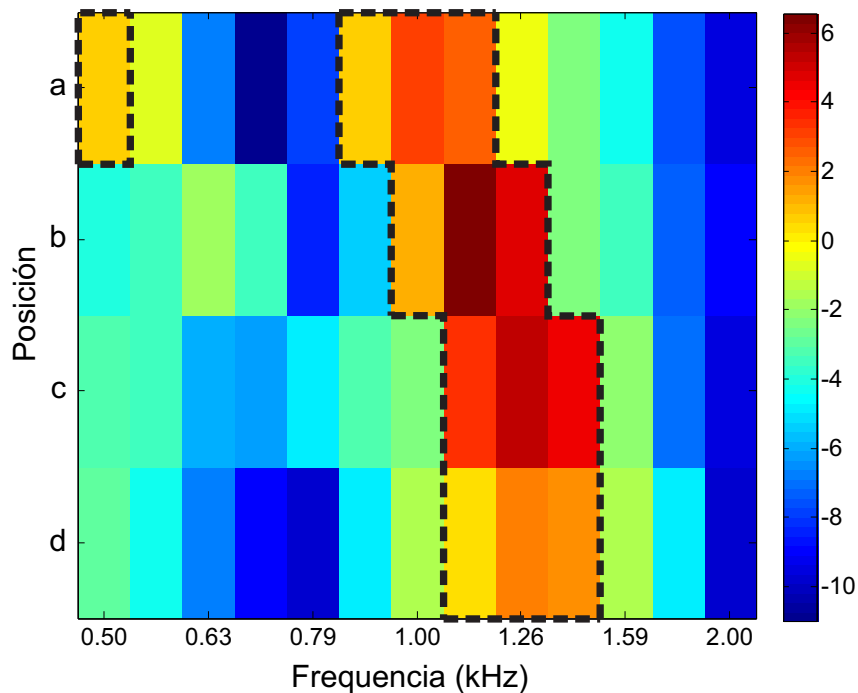
  

Exp. 4	Foc		No Foc	
	C	L	C	L
S1	28	16	75	89
S2	25	19	77	87
S3	25	19	64	100
S4	37	7	69	95
	115	61	285	371

Exp. 5	Foc		No Foc	
	C	L	C	L
S1	24	10	68	96
S2	25	19	85	79
S3	17	27	77	87
S4	21	23	83	81
	87	79	313	343

**Tabla 7.2:** Frecuencia de cada tipo de respuesta (C-erca o L-ijos) para cada experimento, sujeto y condición de focalización. La respuesta C significa que el estímulo en la condición con-CS fue percibido como más cercano y lo opuesto para la respuesta L.



**Figura 7.12:** *Diferencia de IB entre la condición con- y sin-CS para todas las bandas de frecuencia y las posiciones ‘a’, ‘b’, ‘c’ y ‘d’. La ‘región de focalización’ (FOC) aparece como un contorno negro punteado y abarca todos los puntos en los que esta diferencia es mayor que cero.*

responder C o L sin tener en cuenta la condición de focalización del estímulo.

Para verificar si estos patrones se deben al azar o no, realizamos un análisis *log-linear* sobre las frecuencias (cantidad de respuestas). Consideramos como factores los sujetos (S), las respuestas (R) y la condición de focalización (F), y analizamos la contribución de estos factores y todas las posibles interacciones en las frecuencias previamente reportadas. Los resultados de este test se muestran en la tabla 7.3.

La principal hipótesis que queremos verificar con este test es que la frecuencia con la que aparece una respuesta (C o L) depende de la condición de focalización. Por lo tanto, estamos interesados en determinar la significancia estadística del efecto de interacción RF (R-espuesta X condición de F-ocalización).

En la tabla 7.3 puede verse que los factores S y F considerados individualmente presentan las mismas estadísticas para todos los experimentos. Esto ocurre porque se trata factores fijos determinados por el diseño experimental. En otras palabras, la cantidad de presentaciones (frecuencia de respuestas) para cada sujeto y para cada condición de focalización es siempre la misma. Por la misma razón, el término SF posee la misma estadística para todos los experimentos. El otro factor simple que nos queda por analizar es R que es significativo para los

experimentos 1 a 3 pero no para los experimentos 4 y 5. Este factor representa las respuestas combinadas de todos los sujetos para ambas condiciones de focalización y es por eso que no agrega información sobre la hipótesis que tratamos de verificar.

Las respuestas combinadas entre los sujetos para las dos condiciones de focalización está representada por el término RF. Este término es estadísticamente significativo para los experimentos 1 a 4, y sugiere que la respuesta de los sujetos depende de la condición de focalización definida. Como hemos dicho, esta es la principal hipótesis del trabajo y muestra que el cambio en la PAD está significativamente relacionado con la focalización por refracción negativa del CS. En el caso del experimento 5, el término RF no es significativo. Esto sugiere que las diferencias espectrales entre las condiciones FOC y no FOC (debidas al filtrado del CS) nos son efectivas para producir un cambio en la PAD.

Finalmente, los términos SR y SRF muestran la existencia de heterogeneidad entre sujetos. El primero no considera la influencia del factor F, y por lo tanto no explica si los sujetos responden de manera diferente para la misma condición de focalización. En cambio el término SRF sí tiene en cuenta este efecto y es estadísticamente significativo para los experimentos 1, 3 y 4.

Para verificar que esta heterogeneidad no afecta la verificación de la hipótesis, calculamos la probabilidad relativa de responder C sobre L para cada sujeto, experimento y condición de focalización. En los experimentos 1 y 3 la probabilidad relativa para los sujetos en la condición FOC resulta entre 2,5 y 11 veces superior a la de responder C en la condición no FOC. En el caso del experimento 4 esta relación se mantuvo entre 1,2 y 1,9 veces, siendo en todos los casos mayor a 1. Estos resultados sugieren que, si bien existen diferencias significativas entre las respuestas de los sujetos para los experimentos 1, 3 y 4 (heterogeneidad), estas diferencias no alteran el patrón de respuestas que predice la hipótesis.

## § 7.4 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se demostró que al colocar un módulo de cristal sónico entre la fuente sonora y el oyente se modifican características del campo acústico (IB, D/R e IACC) que tiene influencia en la PAD. Esta modificación ocurre como consecuencia de las propiedades no triviales de propagación del cristal sónico, particularmente la existencia de una banda prohibida parcial y de una banda de focalización por refracción negativa.

Term	Df	Pearson(>Chi)					
		Exp 1	Exp 2	Exp 3	Exp 4	Exp5	
S	3	Chi2	0	0	0	0	0
		p	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
R	1	Chi2	157,4	51,5	121,5	1,2	1,2
		p	$< 10^{-15}$ ***	$< 10^{-12}$ ***	$< 10^{-15}$ ***	0,267	0,267
F	1	Chi2	254,5	254,5	254,5	254,5	254,5
		p	$< 10^{-15}$ ***	$< 10^{-15}$ ***	$< 10^{-15}$ ***	$< 10^{-15}$ ***	$< 10^{-15}$ ***
SR	3	Chi2	42,9	5,7	41,0	3,3	4,2
		p	$< 10^{-08}$ ***	0,13	$< 10^{-08}$	0,350	0,244
SF	3	Chi2	0	0	0	0	0
		p	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
RF	1	Chi2	300,7	67,5	235,3	19,5	0,2
		p	$< 10^{-15}$ ***	$< 10^{-15}$ ***	$< 10^{-15}$ ***	$10^{-6}$ ***	0,657
SRF	3	Chi2	12,3	5,2	27,1	7,9	1,7
		p	0,007 **	0,155	$10^{-05}$ ***	0,048 *	0,634

**Tabla 7.3:** Resultados del modelo lineal generalizado para todos los términos individuales y sus interacciones.

Mediante experimentos psicoacústicos, se comprobó que existen cambios significativos en la PAD debidos al módulo de CS. Los sujetos experimentales consistentemente reportaron que las fuentes sonoras eran percibidas más cercanas en la presencia del cristal sónico alrededor de la banda de focalización por refracción negativa y más lejanas alrededor de la banda prohibida parcial. Luego, se realizaron experimentos utilizando estímulos con información acústica reducida (sólo IB, sólo D/R o solo IACC). Los resultados demostraron que la presencia de sólo una de estas claves es suficiente para evocar un cambio en la percepción de distancia en región de focalización por refracción negativa, apoyando la hipótesis de que el cambio producido en la PAD debido a la focalización no es un fenómeno sólo dependiente de la intensidad del sonido.



# Parte

---

## CONCLUSIONES



---

---

## Conclusiones generales

---

En la presente tesis se estudiaron dos aplicaciones para los cristales sónicos: la creación de cavidades con resonancias de banda ancha dependientes de la estructura cristalina del cristal sónico; y la modificación de la localización de fuentes sonoras en distancia debida al efecto de un cristal sónico en el campo acústico.

En el capítulo 5 se propuso satisfactoriamente un método híbrido, que combina la teoría de scattering múltiple (MST) y algoritmos de acústica geométrica, para calcular la respuesta impulso energética direccional de una cavidad dentro de un cristal sónico bidimensional construido con cilindros rígidos en aire. El método consiste en calcular las matrices de reflectividad y de probabilidad de ángulo de dispersión a partir de una adaptación de MST para cristales sónicos de paredes infinitas para luego utilizarlas como parámetros de entrada en un algoritmo de trazado de rayos modificado. De esta manera se obtiene un método con bajo costo computacional que incorpora la difracción en las reflexiones en el contorno de la cavidad. Utilizando este método se calcularon las densidades de energía temporal y direccional para tres configuraciones geométricas del cristal sónico mostrando fuertes resonancias para ciertas bandas de frecuencias y, en algunos casos, campos de intensidad altamente anisotrópicos. La buena correspondencia entre las resonancias de banda ancha calculadas y la presencia de bandas prohibidas en la estructura de bandas del cristal sónico que rodea la cavidad demuestran que, tanto la frecuencia central como el ancho de banda de estas resonancias no dependen de las dimensiones ni geometría de la cavidad sino de las características de dispersión del cristal sónico utilizado. Por otro lado, a partir de la matriz de reflexiones y consideraciones geométricas de la cavidad se demostró que las resonancias con campos de intensidad altamente anisotrópicos se deben a la reflexión total para ángulos complementarios debida a bandas prohibidas parciales de la estructura cristalina. En este último caso la frecuencia central y el ancho de banda depende no sólo de las características de dispersión del cristal sónico sino también de la 'forma' de la cavidad utilizada.

Luego, en el capítulo 6, se reportó la validación experimental de la existencia de resonancias de banda ancha en una cavidad rectangular dentro de un cristal sónico utilizando un modelo a escala. El modelo a escala utilizado está compuesto por cilindros de aluminio dispuestos en una matriz cuadrada a la cual se le removió la porción central formando una cavidad dentro de un cristal sónico. Para excitar el campo sonoro dentro de la misma se utilizó un transductor iónico cilíndrico de construcción propia. Una comparación con la simulación de un modelo de la cavidad utilizando el método híbrido mostró una correspondencia cualitativa en las resonancias, tanto en frecuencia como en importancia relativa, teniendo en cuenta la idealización de la geometría y la fuente utilizada en el modelo.

A diferencia de las resonancias que aparecen generalmente en los sistemas mecánicos (incluidas las resonancias acústicas en recintos), las resonancias de banda ancha descritas anteriormente poseen un tiempo de decaimiento alto por un rango de frecuencias extendido. De hecho, a partir del modelo a escala de la cavidad se demostró experimentalmente que tanto la frecuencia central como el ancho de las resonancias de banda ancha debidas a bandas prohibidas totales pueden variarse modificando la geometría de la red y el tamaño y forma de los dispersores sin importar la geometría de la cavidad de la que se parta. Junto con la relativamente barata y sencilla construcción de los cristales sónicos, esta idea puede ser desarrollada para numerosas aplicaciones en diseño de circuitos y materiales acústicos inteligentes.

Finalmente, en el capítulo 7, se demostró que existen cambios significativos en la percepción auditiva de distancia a una fuente sonora al colocar una porción de cristal sónico entre la fuente y un oyente. Primero se evaluó el efecto sobre el campo acústico mediante grabaciones binaurales y el cálculo de tres magnitudes: la intensidad binaural (IB), la correlación cruzada interaural (IACC) y la relación de energía entre el sonido directo y el campo reverberante (D/R). En estas magnitudes se encontró un patrón distintivo con un aumento de las mismas en la banda de focalización por refracción negativa y una disminución para la banda prohibida del cristal sónico. Luego, se llevó a cabo un experimento psicoacústico para comprobar el efecto del cristal sónico en la percepción auditiva de distancia en el cual los sujetos experimentales consistentemente reportaron que las fuentes sonoras eran percibidas más cercanas en la presencia del cristal sónico alrededor de la banda de focalización por refracción negativa y más lejanas alrededor de la banda prohibida. Estos cambios en la percepción de distancia están principalmente relacionados al incremento de la intensidad de la señal en la región de focalización del cristal sónico, sin embargo se observan aún cuando estímulos son normalizados en sonoridad. Esto indica que

existen también efectos temporales que contribuyen a los cambios en la percepción auditiva de distancia. Estas contribuciones se estudiaron utilizando las tres magnitudes acústicas descritas anteriormente y se demostró que la presencia de sólo uno de estos indicios (BI, IACC o D/R) es suficiente para evocar un acercamiento de la fuente sonora percibida en la banda de focalización por refracción negativa, demostrando que los cambios en la percepción auditiva de distancia inducidos por módulo de cristal sónico, no son un fenómeno sólo dependiente de la intensidad.

## TRABAJO A FUTURO

Para completar la caracterización del efecto del cristal sónico en la localización de fuentes sonoras queda pendiente el estudio de el efecto sobre la dimensión angular. El aumento de intensidad provocado por la focalización para una región espacial tan estrecha sugiere que es posible desplazar la localización percibida de las fuentes sonoras debido a diferencias interaurales de intensidad. Esta información puede proveer instrucciones de uso para la aplicación de este tipo de estructuras al control de la localización de fuentes sonoras con medios puramente acústicos. En un contexto musical, esta aplicación puede resultar de interés para los compositores, permitiéndoles generar movimientos controlados de las fuentes. Este estudio del efecto en la localización puede ampliarse a estructuras cristalinas más complejas, ya sea complejizando la geometría del arreglo cristalino o de los dispersores, o extendiendo las técnicas de modelización a dispersores de geometría arbitraria.

Dentro de las aplicaciones del estudio sobre las cavidades resonantes, aparece el diseño y la construcción de módulos de cristal sónico para aplicaciones en acústica de salas. Estos dispositivos tienen como fin proporcionar una nueva herramienta acústica para la performance en obras de música contemporánea. De esta forma, se pretende derivar posibles aplicaciones de los estudios básicos realizados (en las líneas de colaboración interdisciplinaria en las que nuestro grupo se encuentra trabajando actualmente como parte del Programa de Investigación ‘Teatro Acústico’) a la performance musical y al diseño de una sala de conciertos de acústica variable.

Otra aplicación que se propone a partir los resultados de la presente tesis es la posibilidad de variar dinámicamente las características acústicas de los cristales sónicos, tanto para el caso de una cavidad como para la manipulación de la localización espacial de fuentes sonoras. Según lo propuesto en esta tesis, esto puede llevarse a cabo simplemente variando la estructura de bandas del CS. Ejemplos de esto son la posibilidad de variar la estructura de bandas de un

crystal sónico de dispersores cuadrados simplemente girando los mismos[104] o de dispersores cilíndricos desplazando filas o columnas[127].

Parte

---

APÉNDICES



## - Apéndice A -

---

### Modelo de sonoridad binaural

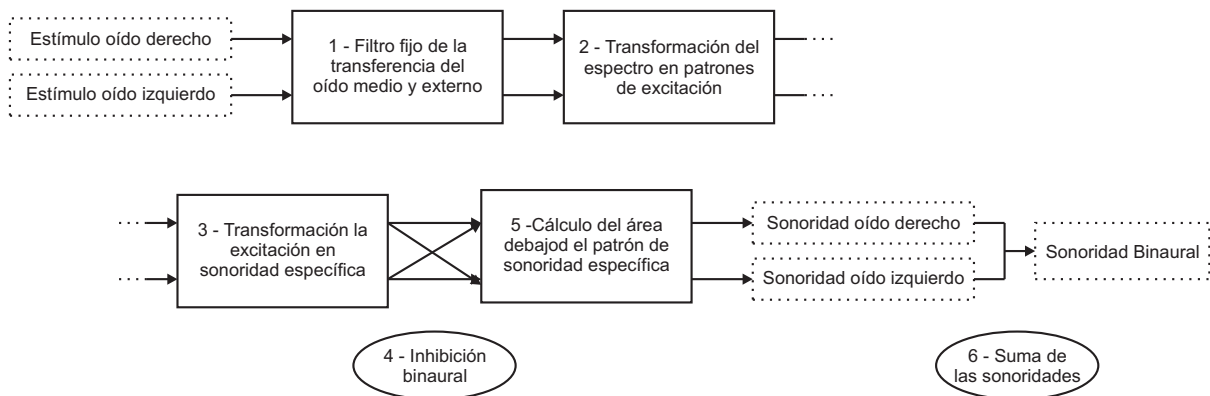
---

La sonoridad es una magnitud perceptual que representa la sensación auditiva que nos permite decir si un sonido es débil o fuerte[98]. Como es de esperarse, la sonoridad se encuentra altamente relacionada con la intensidad del sonido que arriba a los oídos pero, como veremos más adelante, no se trata de magnitudes equivalentes. El objetivo de este anexo es realizar una estimación de la sonoridad binaural a partir de grabaciones binaurales.

Los mecanismos que gobiernan la percepción de la sonoridad no se comprenden en su totalidad y esto conlleva a que la estimación de la sonoridad presente muchas dificultades. Sin embargo, existen situaciones prácticas en las que resulta de utilidad disponer de alguna forma para estimar esta magnitud. Un concepto generalmente aceptado es que la sonoridad de un sonido está asociada a la actividad neuronal total que es evocada por el mismo en el sistema auditivo del oyente y existen varios modelos que se basan en esta idea, como el de Fletcher y Munson[49] o Zwicker[162]. En esta tesis utilizaremos el modelo propuesto por Moore y Glasberg[97] con la corrección de los mismos autores que tiene en cuenta el efecto de interacción de las señales de ambos oídos[96]. Una representación esquemática del algoritmo que se utilizará para calcular la sonoridad binaural a partir de las grabaciones binaurales se muestra en la figura A.1.

El primer paso del modelo consiste en filtrar la señal incidente de cada oído con un filtro fijo de acuerdo a la respuesta en frecuencia del oído externo y medio. Estos filtros están asociados a resonancias en el canal auricular (oído externo) y el sistema de huesecillos (oído medio)[7]. Luego de aplicar estos filtros obtenemos la señal que llegaría al oído interno.

El procesamiento en el oído interno se lleva a cabo mayormente en un órgano con forma de

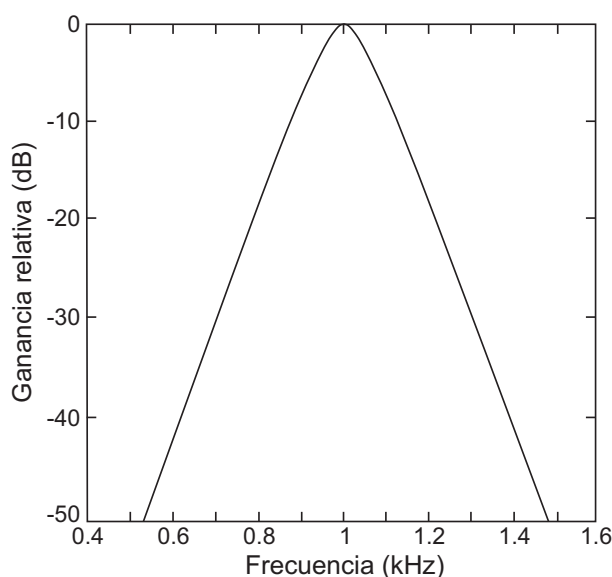


**Figura A.1:** Esquema de los pasos involucrados en el cálculo del volumen binaural a partir de una señal binaural.

caracol y relleno de fluido llamado cóclea. El mismo posee una forma de doble cavidad separada por una membrana llamada membrana basilar. La membrana basilar, que se extiende a lo largo de toda la cóclea, es la encargada, a través de las células cilíadas internas, de transformar las oscilaciones mecánicas en impulsos nerviosos. La misma funciona de acuerdo a una organización tonotópica, es decir, que existe una correlación entre la frecuencia del estímulo auditivo y la región de la membrana basilar que excita (frecuencias agudas en la base y graves en el ápex de la cóclea)[143]. Basándonos en la hipótesis que la sonoridad de un sonido está asociada a la actividad neuronal, el funcionamiento de la cóclea nos da indicios de que la sonoridad no sólo será función de la intensidad del estímulo, sino también de su contenido espectral.

Esta diferenciación de la excitación de la cóclea dependiendo de la frecuencia fue caracterizada por Fletcher[48] como un sistema formado por un banco de filtros pasabanda, con bandas superpuestas. Cada uno de estos filtros se conocen como filtro auditivo y representa la excitación de la membrana basilar en función de la frecuencia del estímulo. Para obtener estos filtros se realizan experimentos de enmascaramiento, es decir, se miden los umbrales de audición para un estímulo (señal) cuando es enmascarada por ruido de determinado contenido espectral. La técnica más utilizada es la de ruido mellado (*notched noise method*) propuesto por Patterson en 1976[100, 95]. En la figura A.2 se ve una representación esquemática de un filtro auditivo típico (y simétrico) centrado en 1 kHz. Como puede observarse, la estimulación es máxima para un sonido de 1 kHz y disminuye al aumentar o disminuir la frecuencia.

La principal característica de un filtro auditivo es su ancho de banda efectivo, que se conoce como ancho de banda crítico[98]. Una forma alternativa de medir este ancho de banda, y que



**Figura A.2:** *Filtro auditivo centrado en 1 kHz. La respuesta relativa del filtro (en dB) aparece graficada en función de la frecuencia. Adaptación de Moore[98].*

resulta muy utilizada, es la ventana equivalente rectangular (ERB<sup>1</sup>). La ERB de un filtro auditivo es el ancho de banda de un filtro rectangular con el pico de transmisión y que deja pasar la misma potencia total para un estímulo de ruido blanco. Basándose en esta idea, Glasberg y Moore[53] han propuesto una fórmula sencilla para predecir el ancho de banda de un filtro auditivo en función de la frecuencia:

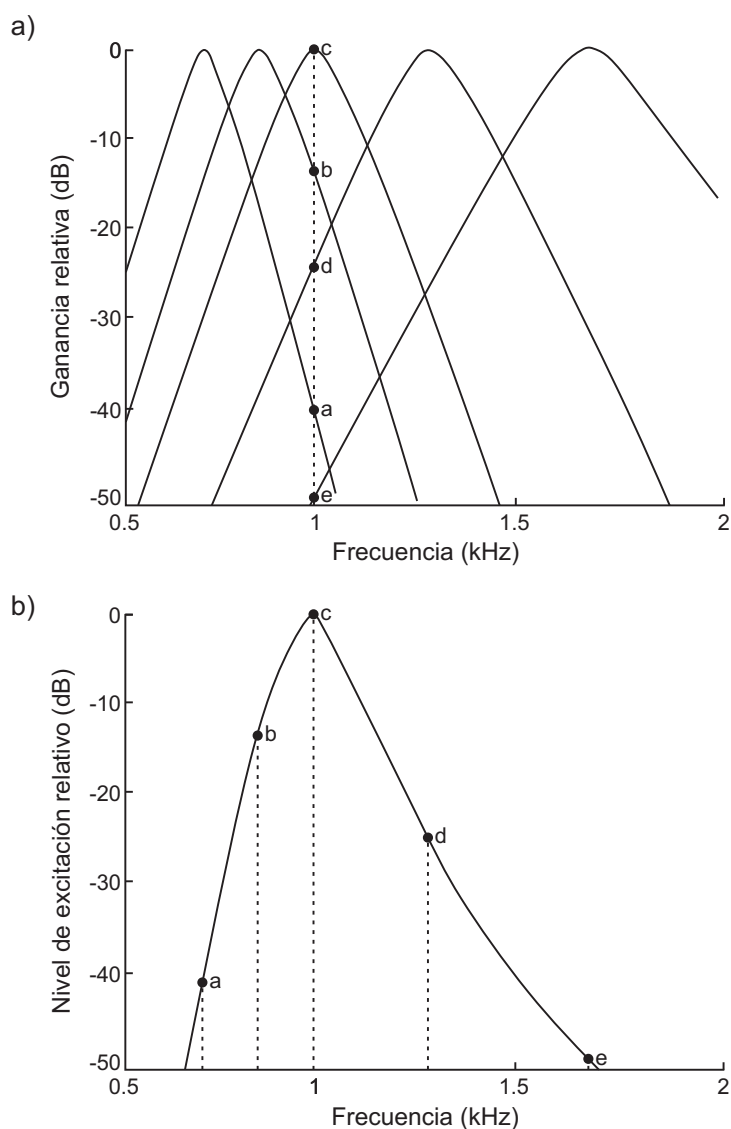
$$ERB_N = 24,7(4,73f + 1) \quad (\text{A.1})$$

donde el valor de ERB se especifica en Hz mientras que la frecuencias (f) debe ser introducida en kHz. Esta escala se utiliza también como una medida de cuán diferentes en frecuencia son dos estímulos (difieren en X ERBs).

Los filtros auditivos nos permiten calcular cuál es el nivel de excitación debido a un estímulo de determinada frecuencia, pero en nuestro caso lo que queremos conocer es el nivel total de excitación debido a un sonido de contenido espectral dado. Esto se obtiene calculando lo que se conoce como patrones de excitación. Los patrones de excitación son la respuesta sumada de todo el banco de filtros del sistema auditivo periférico para un estímulo de una frecuencia dada. En la figura A.3 se ve una representación esquemática de como se obtiene el patrón de excitación para un sonido de 1 kHz. El mismo se deriva calculando la salida de los filtros auditivos como

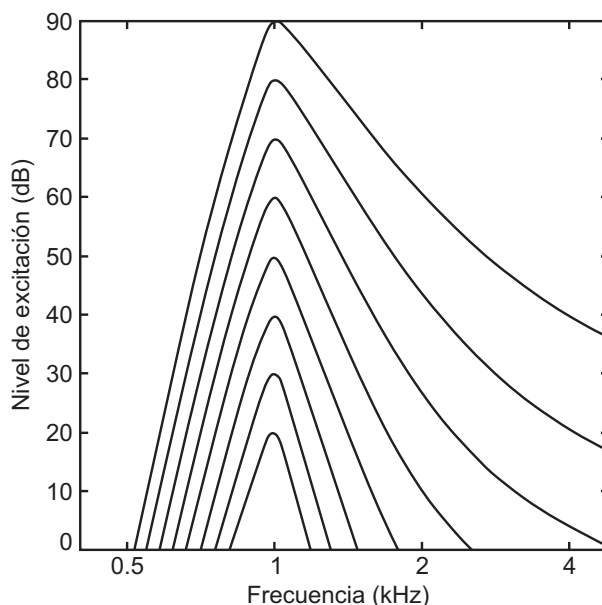
<sup>1</sup>Del inglés *Equivalent Rectangular Window*.

una función de su frecuencia central. En a) se muestran cinco filtros auditivos centrados en diferentes frecuencias, y en b) el patrón de excitación obtenido. Para más detalles ver el artículo de Glasberg y Moore[95].



**Figura A.3:** Obtención del patrón de excitación psicoacústico para una señal sinusoidal de 1 kHz. EL patrón de excitación se deriva calculando la salida de los filtros auditivos como una función de su frecuencia central. En a) se muestran cinco filtros auditivos centrados en diferentes frecuencias, y en b) el patrón de excitación obtenido. Para más detalles ver el artículo de Glasberg y Moore[95]. Adaptación de Moore[98].

Los patrones de excitación, al igual que los filtros auditivos, no son funciones lineales de la intensidad del estímulo. Como se muestra en la figura A.4, los mismos cambian su forma dependiendo de la intensidad del estímulo auditivo de forma no lineal.



**Figura A.4:** Patrones de excitación psicoacústicos calculados para una señal sinusoidal de 1 kHz para niveles de 20 a 90 dB SPL con pasos de 10 dB. Adaptación de Moore[98].

El siguiente paso en la estimación de la sonoridad binaural es obtener los patrones de excitación para la señal en cada oído (paso 2) operando de forma similar a como se muestra en la figura A.3. Como se dijo anteriormente, el resultado será dependiente tanto de la intensidad del sonido como del contenido espectral del mismo.

Una vez obtenido el patrón de excitación para el estímulo inicial en cada oído, debe calcularse la sonoridad específica (paso 3). La sonoridad específica representa la sonoridad por bancho de banda crítico (o ERB), es decir la sonoridad en función de la frecuencia. La transformación a sonoridad específica a partir del patrón de excitación involucra una compresión. Por ejemplo, un aumento de 10 veces en la intensidad del sonido, produce un aumento menor a 10 veces en la sonoridad. A pesar de que el modelo se basa en datos psicoacústicos, esta transformación puede pensarse como una representación del modo en el que la excitación física se transforma en actividad neuronal. Hasta aquí se obtiene las sonoridades específicas individuales de las señales que arriban a cada uno de los oídos.

En este momento se combinan los efectos de ambos oídos para obtener una única magnitud que represente el nivel de actividad neuronal evocado por los estímulos binaurales (paso 4). El efecto interaural se incluye en el modelo como una inhibición, es decir, el volumen específico de un oído inhibe la respuesta del otro oído[96]. Esta hipótesis explica los resultados obtenidos por Scharf[117] que afirman que la sonoridad de un tono en un oído es reducida por un tono

de la misma sonoridad en el otro oído aun cuando los dos tonos están separados por varios ERB. De todos modos, cuando estos dos tonos se encuentran muy separados en frecuencia, la mencionada reducción se vuelve casi inexistente. Esto indica que la inhibición binaural no sólo depende de la intensidad del sonido en el otro oído sino de su contenido espectral. Esta inhibición se implementa en el modelo como una ganancia menor a uno que se aplica sobre el patrón de sonoridades específicas de cada oído y depende de cuán similares son los patrones de sonoridades específicas de ambos oídos (cuanto más parecido, más grande será la inhibición).

Se asume que el volumen total para un sonido dado, en sones, es proporcional a el área total bajo el patrón de volumen específico. Entonces, el paso final para calcular la sonoridad monoaural consiste simplemente en calcular el área bajo los patrones de volúmenes específicos de cada oído luego de la corrección por inhibición binaural (paso 5). Finalmente, la sonoridad binaural total se obtiene sumando los valores de sonoridad monoaural de cada oído (paso 6).

Para detalles sobre los cálculos implicados en el cálculo de las sonoridades específicas y la inhibición binaural pueden consultarse los trabajos de Moore y Glasberg “*A model for the prediction of thresholds, loudness, and partial loudness*”[97] y “*Modelling binaural loudness*”[96].

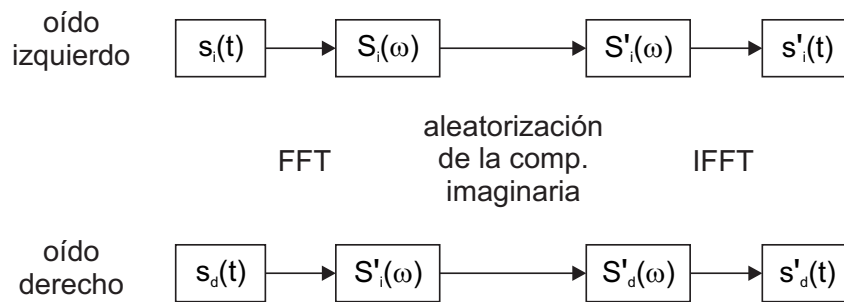
## - Apéndice B -

---

### Aleatorización de la fase utilizando transformada de Fourier de tiempo corto (STFT)

---

El objetivo de este anexo es presentar un método para descorrelacionar los estímulos binaurales obtenidos para los experimentos del capítulo 7 conservando el resto de las características (envolvente temporal e intensidad) intactas. Como se explica en el capítulo 7, la forma de medir la correlación entre las señales de ambos oídos es a través de la correlación cruzada interaural (IACC), que es el valor máximo de la función de correlación cruzada interaural (IACF). Por lo tanto, una señal binaural descorrelacionada tendrá bajos valores de IACC.

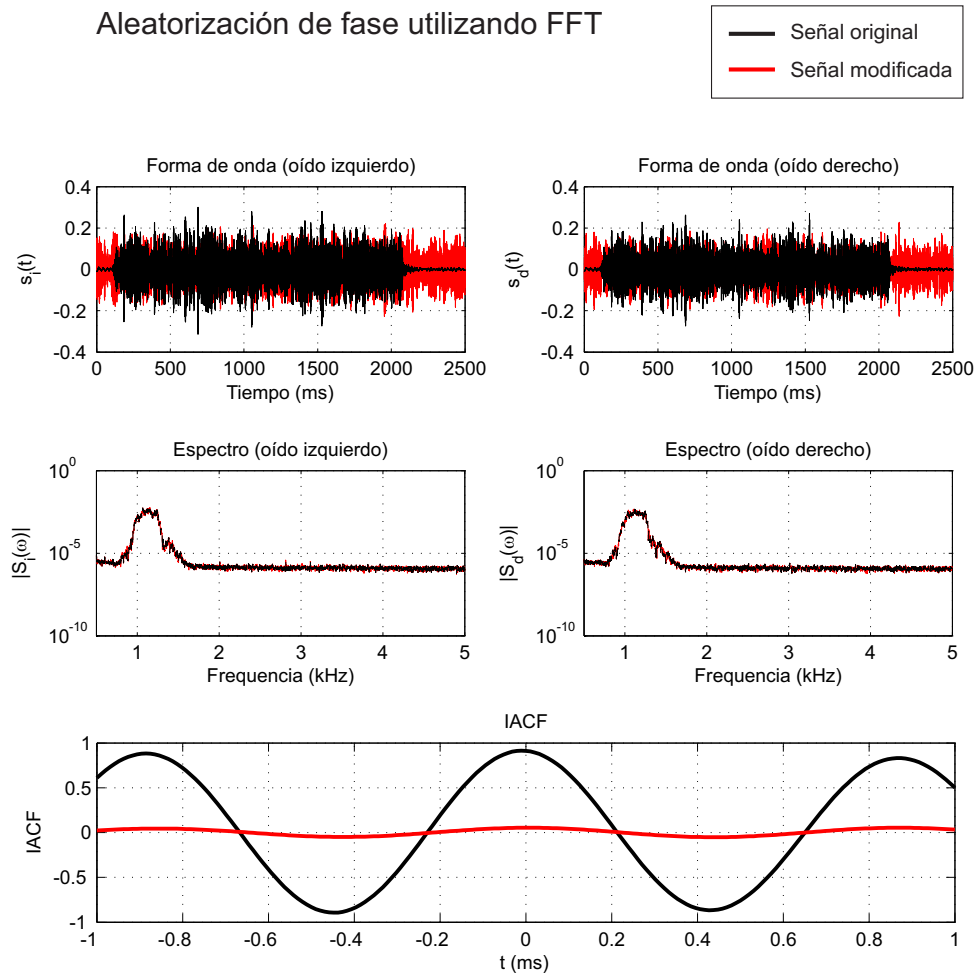


**Figura B.1:** Representación esquemática del método de aleatorización de fase utilizando FFT.

La solución más simple para obtener una señal binaural descorrelacionada es agregar ruido descorrelacionado a la señal original pero en nuestro caso, y debido a que queremos conservar el resto de la información de las grabaciones intacto, esta no es una alternativa aceptable. Es por eso que hemos optado por aleatorizar la fase de cada una de las componentes de frecuencia para las señales de ambos oídos para así disminuir la correlación cruzada, es decir, reducir el valor del IACC. Esto se realiza aleatorizando la componente imaginaria de la transformada de Fourier

de la grabación correspondiente a cada oído y así modificar la parte temporal de la señal (fase) sin alterar el espectro de la misma.

En la figura B.1 se muestra una representación esquemática del algoritmo utilizado. El mismo consiste en considerar la señal que arriba a cada oído ( $s(t)$ ) y evaluar la transformada de Fourier rápida (FFT<sup>1</sup>) de cada una de ellas ( $S(\omega)$ ). Luego, se aleatoriza la componente imaginaria ( $S(\omega)$ ) para finalmente evaluar la transformada de Fourier inversa (IFFT<sup>2</sup>). De esta manera se obtienen dos nuevas señales en el dominio temporal, una para el oído derecho ( $s'_d(t)$ ) y una para el oído izquierdo ( $s'_i(t)$ ) que conservan el espectro pero pierden la correlación entre sí (si es que la hubiera originalmente).



**Figura B.2:** Aleatorización de la fase utilizando transformada de Fourier (FFT). La forma de onda, espectro e IACF de la señal original (negro) y la señal modificada (rojo).

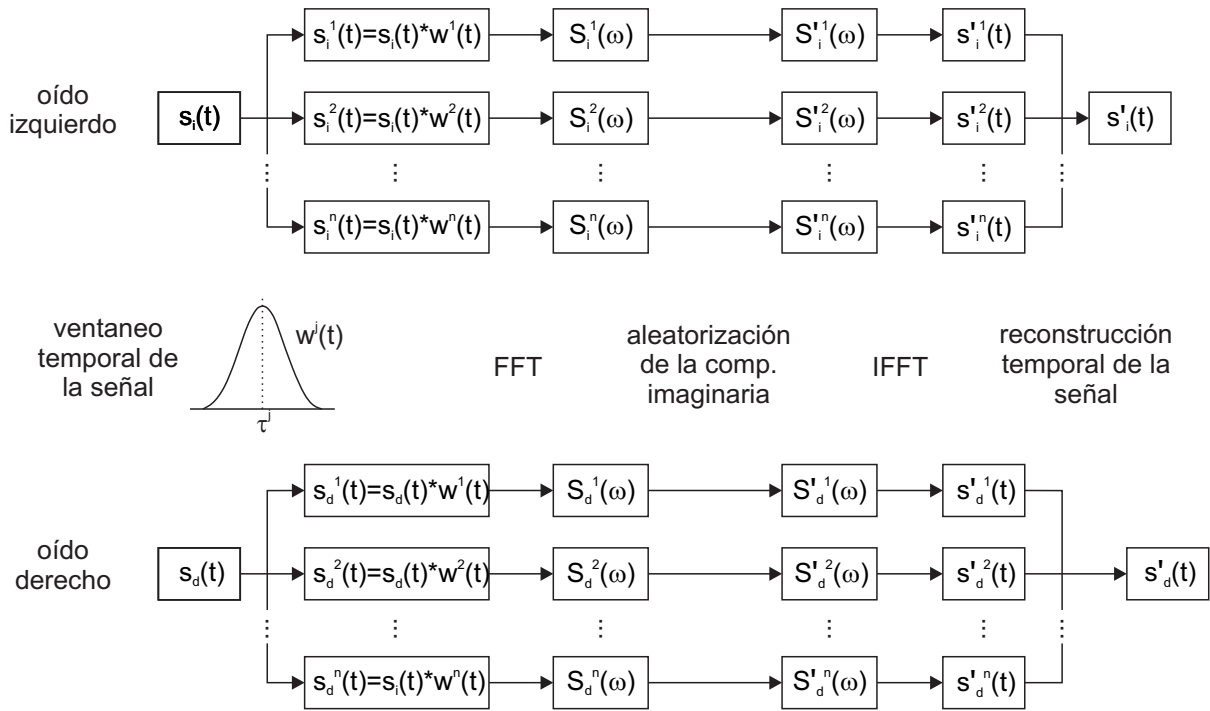
A modo de ejemplo, realizaremos el proceso de aleatorización de fase utilizando la FFT para

<sup>1</sup>Del inglés *fast Fourier transform*.

<sup>2</sup>Del inglés *Inverse Fast Fourier Transform*.

una de las grabaciones binaurales de bandas de ruido realizadas en el capítulo 7. Se trata de la banda de 1.12 kHz (banda de focalización por refracción negativa) para la posición  $x=0$  m e  $y=1,5$  m (ver figura figura 7.2 b), y que posee un IACC cercano a uno ( $IACC_0 = 0,914$ ). La misma fue grabada con una frecuencia de sampleo de 96 kHz.

En la figura B.2 pueden verse la forma de onda, el espectro y la IACF de la señal original y la señal modificada. Lo que se evidencia es que este algoritmo, si bien disminuye notablemente la IACC ( $IACC_{FFT} = 0,054$ ), no conserva la envolvente temporal de la muestra. Esto ocurre porque al mezclar la fase y luego realizar la inversar de la transformada de Fourier, la señal se extiende temporalmente. Como para los experimentos del capítulo 7 resulta de vital importancia conservar la envolvente temporal, y con esta la cola reverberante de la muestra, el método anterior no resulta una opción viable.

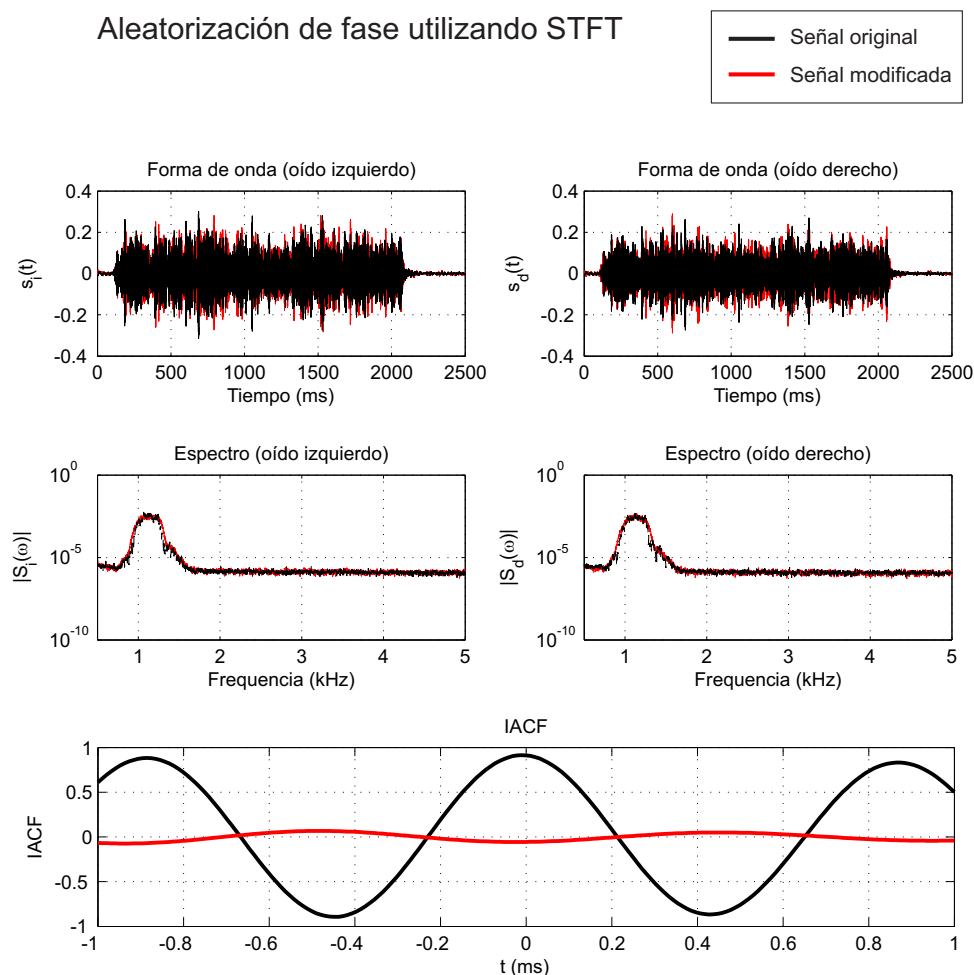


**Figura B.3:** Representación esquemática del método de aleatorización de fase utilizando STFT.

La solución que se propone en esta tesis es realizar una aleatorización de la fase utilizando transformada de Fourier de tiempo corto (STFT). El procedimiento es el equivalente a realizar la aleatorización de fase normal sólo que utilizando pequeñas porciones temporales de la señal original en lugar de la totalidad de la misma. El algoritmo del método propuesto puede verse resumido en la figura B.3. El mismo resulta una adaptación del método anterior y consiste en separar temporalmente utilizando una ventana  $w^j(t)$  centrada en el tiempo  $\tau_j$ , separándola en

subpartes temporales. Luego, al igual que en el método anterior, se evalúa la FFT, se aleatoriza la componente imaginaria y se evalúa la IFFT pero para cada subparte de la señal original  $s^j(t)$ . Finalmente, se utiliza un método de suma y solapamiento para reconstruir la señal completa. El método es sensible al tipo y tamaño en samples de la ventana y al porcentaje de superposición de las mismas.

En este caso analizaremos la misma banda de ruido que con el método anterior utilizando una ventana Blackman de 4096 muestras y un superposición del 85 %. En la figura B.4 se muestran la señal temporal, el espectro y la IACF de las muestras original y modificada. En este caso puede verse que, además de la disminución del IACC ( $IACC_{STFT} = 0,067$ ), la forma de onda de la señal modificada conserva la envolvente temporal y la intensidad de la señal original.



**Figura B.4:** Aleatorización de la fase utilizando transformada de Fourier de tiempo corto (STFT). La forma de onda, espectro e IACF de la señal original (negro) y la señal modificada (rojo).

Para la aleatorización de las muestras realizada en el capítulo 7 se utiliza el método de aleatorización de la fase utilizando transformada de Fourier de tiempo corto con los mismos parámetros que en el ejemplo anterior. De esta forma se obtiene una señal binaural con IACC aproximadamente nulo que conserva la envolvente temporal y la intensidad de la señal original.



## - Apéndice C -

---

---

### Publicaciones y presentaciones

---

#### § C.1 PUBLICACIONES

- Directional impulse response of a large cavity inside a sonic crystal. - Spiouzas, Ignacio and Eguia, Manuel C - The Journal of the Acoustical Society of America (2012)
- Experimental realization of broadband tunable resonators based on anisotropic metafluid. - Spiouzas, Ignacio and Torrent, Daniel and Sánchez-Dehesa, José - Applied Physics Letters (2011)

#### § C.2 PRESENTACIONES A CONGRESOS

- Shifts in the judgement of distance to a sound source in the presence of a sonic crystal. - Ignacio Spiouzas, Pablo Etchemendy, Esteban Calcagno and Manuel Eguia - 21st International Congress on Acoustics ICA-ASA - Publicado online en Proceedings of Meetings on Acoustics (POMA) - Montreal, Canadá (2013)
- Influence of two-dimensional sonic crystal on auditory depth perception of filtered bands. - Ignacio Spiouzas, Pablo Etchemendy, Esteban Calcagno and Manuel Eguia - Congreso Anual de la Sociedad Argentina de Neurociencias - Huerta Grande, Argentina (2012)
- Modal analysis and transient response of a sonic crystal room. - Ignacio Spiouzas y Manuel C. Eguía - Second pan-American/Iberian Meeting on Acoustics - Cancun, Mexico (2010)

### § C.3 COLABORACIONES

- Spaces acoustiques et cognitifs (dirigido por Olivier Warusfel) - Ircam, París, Francia - Caracterización acústica de reverberadores basado en convolución (2011)
- Grupo de fenómenos ondulatorios (dirigido por José Sánchez-Dehesa) - Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España - Densidad anisotrópica mediante estructuras fluidas con periodicidad angular (2010)

### § C.4 ACTIVIDADES DE DIVULGACIÓN

- Localización de fuentes acústicas en presencia de cristales sónicos. - Ignacio Spiouzas, Pablo Etchemendy, Esteban Calcagno y Manuel Eguía - Jornadas Interdisciplinarias de Acústica - UTN FRC - Córdoba, Argentina (2012)
- Diseño de una sala basada en cristales sónicos - Ignacio Spiouzas y Manuel C. Eguía - IV Jornadas del Teatro Acústico - Universidad Nacional de Quilmes - Bernal, Argentina (2009)
- Demostración de Dispositivos de difusión sonora basados en Cristales Sónicos - Ignacio Spiouzas, Nicolás Diccilia and Manuel C. Eguía - I Jornada de Puertas Abiertas del LAPSo - Universidad Nacional de Quilmes - Florencio Varela, Argentina (2009)

---



---

## Índice de figuras

---

1.1. Respuesta impulso. . . . .	2
2.1. Vectores translacionales para una red cuadrada y hexagonal $\mathbf{a}_1$ y $\mathbf{a}_2$ . . . . .	13
2.2. Red recíproca para los arreglos cuadrado y hexagonal. Primer zona de Brioullin. . . . .	15
2.3. Primeras cuatro bandas para la primer zona de Brioullin de la red cuadrada y hexagonal. . . . .	22
2.4. Curvas de equifrecuencia para la primer zona de Brioullin de la red cuadrada y hexagonal. Diagrama de bandas para la red cuadrada y hexagonal . . . . .	24
2.5. Variación del primer BG total con el factor de llenado para la red cuadrada. . . . .	26
2.6. Refracción negativa. Interfaz. . . . .	29
2.7. Refracción negativa. Curvas de equifrecuencia para medio homogéneos y un CS de red hexagonal. . . . .	30
2.8. Refracción negativa. Curvas de equifrecuencia para un CS de red cuadrada. . . . .	31
2.9. Esquema de focalización por refracción negativa. . . . .	32
3.1. Campo dispersado por un cilindro. Condición de borde de cilindro rígido. . . . .	43
3.2. Campo total por un cilindro. Condición de borde de cilindro rígido. . . . .	43
3.3. Scattering de un cilindro. Condición de borde de cilindro rígido. . . . .	44
3.4. Scattering de un cilindro. Condición de borde de cilindro blando. . . . .	45
3.5. Definiciones geométricas para dos y $n$ cilindros. . . . .	49
3.6. Scattering de dos cilindro. Condición de borde de cilindro rígido. . . . .	53
3.7. Scattering de $n$ cilindro. Condición de borde de cilindro rígido. . . . .	57
3.8. Definiciones geométricas para filas infinitas de cilindros. . . . .	58
3.9. Matrices $\mathcal{T}$ , $\mathcal{R}$ , $T$ y $R$ para un CS de red cuadrada. . . . .	65

4.1. Representación esquemática de las coordenadas utilizadas en la localización de fuentes sonoras. . . . .	68
4.2. ILD para un tono puro en función de la frecuencia y el ángulo de incidencia. . . . .	70
4.3. ITD obtenido con el modelo de Woodworth y Schlosberg[147]. . . . .	71
4.4. Mínimo ángulo audible para tonos puros en función de la frecuencia y del ángulo de acimut. . . . .	73
4.5. Funciones de transferencia de la cabeza (HRTF) de un sujeto humano para $\theta = 0$ y distintos ángulos de elevación $\delta$ . . . . .	78
4.6. Revisión de curvas de distancia percibida versus distancia de la fuente. . . . .	83
5.1. Representación esquemática de la cavidad a estudiar. . . . .	88
5.2. Representación esquemática de las redes a estudiar. . . . .	93
5.3. $R_m(f, \alpha_i)$ y diagrama de bandas para un cristal sónico de red cuadrada . . . . .	95
5.4. $S_m(f, \alpha_i, \alpha_r)$ para una cristal sónico de red cuadrada . . . . .	96
5.5. Magnitudes de la EDIR (RED y AED)para un CS de red cuadrada . . . . .	98
5.6. $R_m(f, \alpha_i)$ para un cristal sónico de red hexagonal y hezagonal desplazada . . . . .	99
5.7. $RED(f, t)$ para una cavidad con paredes de cristal sónico de red hexagonal y hexagonal perturbada. . . . .	101
5.8. Predicción de las zonas de reflexión total para un medio semi infinito utilizando PWE y ley de Snell versus MST de línea infinita . . . . .	103
5.9. Comparación entre la densidad de ángulos de incidencia $\alpha_i$ . . . . .	105
6.1. Esquema y fotos del set up experimental. . . . .	110
6.2. Diagrama de bandas del CS dentro del cual se encuentra la cavidad. . . . .	111
6.3. Esquema y fotos de la fuente cilíndrica. . . . .	112
6.4. Caracterización de la fuente cilíndrica. . . . .	113
6.5. Esquema de las posiciones de la fuente utilizadas en las mediciones. . . . .	114
6.6. Respuesta en frecuencia de la cavidad para de las bandas de ruido medidas. . . . .	116
6.7. Ganancia de intensidad versus frecuencia central de la banda de ruido en la cavidad. . . . .	117
6.8. Respuestas impulso de la cavidad. . . . .	119
6.9. Tiempos de decaimiento versus frecuencia central de la banda de ruido en la cavidad. . . . .	120
6.10. Respuestas impulso de la cavidad calculada utilizando el método híbrido. . . . .	121

---

6.11. Predicción teórica de los tiempos de decaimiento versus frecuencia central de la banda de ruido en la cavidad utilizando el método híbrido. . . . .	122
7.1. Imagen del prototipo . . . . .	127
7.2. Representación esquemática de la configuración experimental . . . . .	129
7.3. Intensidad binaural (IB) en dB para tres bandas de frecuencia de un tercio de octava y todas las posiciones de la grilla de medida. . . . .	131
7.4. Campo directo y reverberante de una respuesta impulso. . . . .	132
7.5. Relación directo reverberante (D/R) en dB para tres bandas de frecuencia de un tercio de octava y todas las posiciones de la grilla de medida. . . . .	134
7.6. Función de correlación cruzada interaural (IACF) . . . . .	135
7.7. Correlación cruzada interaural (IACC) . . . . .	136
7.8. Magnitudes acústicas (IB, IACC y D/R) en función de la posición y la frecuencia para las condiciones con- y sin-CS. . . . .	138
7.9. Probabilidad de éxito $p_s$ calculada para la posición 'b' y la condición de todas los indicios (experimento 1) como una función de la frecuencia y diferenciada por sujetos. . . . .	141
7.10. Probabilidad de 'éxito' (percibir la fuente más cercana en la condición con-CS) promediada entre todos los sujetos para cada tipo de estímulo (experimentos 1 a 5) como una función de la frecuencia y la posición. . . . .	142
7.11. Probabilidad de 'éxito' para cada grupo de estímulos (1 a 5) como una función de la frecuencia y la posición agrupado en tres casos. . . . .	143
7.12. Definición de la condición de focalización (FOC). . . . .	147
A.1. Esquema del cálculo del volumen binaural. . . . .	160
A.2. Filtro auditivo centrado en 1 kHz. . . . .	161
A.3. Obtención del patrón de excitación psicoacústico para una señal sinusoidal de 1 kHz. . . . .	162
A.4. Patrones de excitación psicoacústicos para una señal sinusoidal de 1 kHz. . . . .	163
B.1. Esquema de la aleatorización de fase utilizando FFT. . . . .	165
B.2. Aleatorización de fase utilizando FFT. . . . .	166
B.3. Esquema de la aleatorización de fase utilizando STFT. . . . .	167

B.4. Aleatorización de la fase utilizando transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) . . . . .	168
--	-----

---

---

## Índice de tablas

---

4.1. Resumen de los principales indicios utilizadas por el sistema auditivo para la localización de fuentes sonoras. . . . .	84
7.1. Coeficientes de correlación de Pearson entre la probabilidad promediada y tres medidas de la diferencia entre las condiciones con- y sin-CS . . . . .	144
7.2. Frecuencia de cada tipo de respuesta (C-erca o L-ejos) para cada experimento, sujeto y condición de focalización. La respuesta C significa que el estímulo en la condición con-CS fue percibido como más cercano y lo opuesto para la respuesta L.146	
7.3. Resultados del modelo lineal generalizado para todos los términos individuales y sus interacciones. . . . .	149



---

---

## Bibliografía

---

- [1] Milton Abramowitz and Irene A Stegun. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. US Government Printing Office, 1966. 38, 39, 40
- [2] V Ralph Algazi, Richard O Duda, Dennis M Thompson, and Carlos Avendano. The cipc hrtf database. In *Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, 2001 IEEE Workshop on the*, pages 99–102. IEEE, 2001. 75, 76, 77
- [3] Y Ando, H Sakai, and S Sato. Formulae describing subjective attributes for sound fields based on a model of the auditory-brain system. *Journal of sound and vibration*, 232(1):101–127, 2000. 134
- [4] Futoshi Asano, Yoiti Suzuki, and Toshio Sone. Role of spectral cues in median plane localization. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88:159, 1990. 75
- [5] Neil W Ashcroft and N David Mermin. *Solid state physics (holt. Rinehart and Winston, New York, 19761, 1976*. 12, 14, 16
- [6] Daniel H Ashmead, Deford Leroy, and Richard D Odom. Perception of the relative distances of nearby sound sources. *Perception & Psychophysics*, 47(4):326–331, 1990. 79
- [7] G. Basso. *Percepción Auditiva*. Editorial de la Universidad Nacional de Quilmes, Quilmes, Argentina, 2006. 75, 159
- [8] Dwight W Batteau. The role of the pinna in human localization. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences*, 168(1011):158–180, 1967. 74, 76
- [9] Durand R Begault. Perceptual effects of synthetic reverberation on three-dimensional audio systems. *Journal of the Audio Engineering Society*, 40(11):895–904, 1992. 80

- [10] GV Békésy. Über die entstehung der entfernungsempfindung beim hören (on the origin of the sensation of distance in hearing). *Akustische Zeitschrift*, 1938. 80
- [11] Ph Béquin, Kaëlig Castor, Ph Herzog, and Valérie Montembault. Modeling plasma loudspeakers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121:1960, 2007. 112
- [12] Augustinus J Berkhout, Diemer de Vries, and Peter Vogel. Acoustic control by wave field synthesis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 93:2764, 1993. 4
- [13] Jens Blauert. *Spatial hearing: the psychophysics of human sound localization*. MIT press, 1997. 3, 67, 75, 81
- [14] P Jeffrey Bloom. Determination of monaural sensitivity changes due to the pinna by use of minimum-audible-field measurements in the lateral vertical plane. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 61:820, 1977. 76
- [15] Peter Bloomfield. *Fourier analysis of time series: an introduction*. Wiley. com, 2004. 115
- [16] Bjarke P Bovbjerg, Flemming Christensen, Pauli Minnaar, and Xiaoping Chen. Measuring the head-related transfer functions of an artificial head with a high-directional resolution. In *Audio Engineering Society Convention 109*. Audio Engineering Society, 2000. 77
- [17] Fabian Brinkmann, Alexander Lindau, Stefan Weinzierl, Gunnar Geissler, and Steven van de Par. A high resolution head-related transfer function database including different orientations of head above the torso. 77
- [18] Adelbert W. Bronkhorst. Localization of real and virtual sound sources. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 98(5):2542, 1995. 76
- [19] Adelbert W. Bronkhorst and T. Houtgast. Auditory distance perception in rooms. *Nature*, 397(6719):517–520, 1999. 78, 80, 81, 82, 83
- [20] Douglas S. Brungart. Auditory localization of nearby sources. III. Stimulus effects. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 106(6):3589–602, December 1999. 74, 77
- [21] Douglas S. Brungart and W M Rabinowitz. Auditory localization of nearby sources. Head-related transfer functions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 106(3 Pt 1):1465–79, September 1999. 69, 81

- [22] Douglas S. Brungart and Kimberly R. Scott. The effects of production and presentation level on the auditory distance perception of speech. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(1):425, 2001. 78, 82
- [23] Esteban R. Calcagno. *Espacialidad y estructura sonora en la música electroacústica*. PhD thesis, Universidad Nacional de Quilmes, 2013. 82, 83
- [24] Esteban R Calcagno, Ezequiel L Abregú, Manuel C Eguía, and Ramiro Vergara. The role of vision in auditory distance perception. *Perception*, 41(2):175–192, 2012. 78, 82, 83
- [25] C Charles, B Bonello, and F Ganot. Propagation of guided elastic waves in 2d phononic crystals. *Ultrasonics*, 44:e1209–e1213, 2006. 15
- [26] Chan Jun Chun, Hong Kook Kim, Seung Ho Choi, Sei-Jin Jang, and Seok-Pil Lee. Sound source elevation using spectral notch filtering and directional band boosting in stereo loudspeaker reproduction. *Consumer Electronics, IEEE Transactions on*, 57(4):1915–1920, 2011. 76
- [27] HRTF CIPIC. database files, released 1.1, august 21, 2001, cipic interface laboratory, uc davis. 77, 78
- [28] H Steven Colburn and Abhijit Kulkarni. Models of sound localization. In *Sound source localization*, pages 272–316. Springer, 2005. 125
- [29] Paul D Coleman. An analysis of cues to auditory depth perception in free space. *Psychological Bulletin*, 60(3):302–315, 1963. 79
- [30] P.D. Coleman. Failure to localize the source distance of an unfamiliar sound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34(1923):345, 1962. 82
- [31] Duane H Cooper and Jerald L Bauck. Prospects for transaural recording. *Journal of the Audio Engineering Society*, 37(1/2):3–19, 1989. 4
- [32] Nicolas Côté, Vincent Koehl, Mathieu Paquier, et al. Ventriloquism effect on distance auditory cues. *Proceedings of Acoustics 2012*, pages 1063–1067, 2012. 82
- [33] Jérôme Daniel, Sebastien Moreau, and Rozenn Nicol. Further investigations of high-order ambisonics and wavefield synthesis for holophonic sound imaging. In *Audio Engineering Society Convention 114*. Audio Engineering Society, 2003. 4

- [34] Richard O Duda and William L Martens. Range dependence of the response of a spherical head model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104:3048, 1998. 69, 81
- [35] EN Economou and M Sigalas. Stop bands for elastic waves in periodic composite materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95:1734, 1994. 14, 15
- [36] Pierre Deymier (editor). *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Springer, 2013. 5
- [37] George V Eleftheriades and Keith G Balmain. *Negative-refraction metamaterials: fundamental principles and applications*. John Wiley & Sons, 2005. 5
- [38] Tolga Ergin, Nicolas Stenger, Patrice Brenner, John B Pendry, and Martin Wegener. Three-dimensional invisibility cloak at optical wavelengths. *Science*, 328(5976):337–339, 2010. 5
- [39] Héctor Estrada, Pilar Candelas, Antonio Uris, Francisco Belmar, FJ Garcia de Abajo, and Francisco Meseguer. Extraordinary Sound Screening in Perforated Plates. *Physical Review Letters*, 101(8):084302, August 2008. 6
- [40] Esteban Calcagno y Ramiro Vergara Ezequiel Abregú. La distancia como dimensión estructural en la música. *Revista Argentina de Musicología*, 12-13(1):379–400, 2012. 4
- [41] Nicholas Fang, Dongjuan Xi, Jianyi Xu, Muralidhar Ambati, Werayut Srituravanich, Cheng Sun, and Xiang Zhang. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nature materials*, 5(6):452–6, June 2006. 6
- [42] Angelo Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. In *Audio Engineering Society Convention 108*. Audio Engineering Society, 2000. 115, 126, 128
- [43] Richard R. Fay and Arthur N. Popper. *Sound source localization*. Springer, 2005. 67
- [44] WE Feddersen, TT Sandel, DC Teas, and LA Jeffress. Localization of high-frequency tones. *the Journal of the Acoustical Society of America*, 29:988, 1957. 69, 70
- [45] Liang Feng, Xiao-Ping Liu, Yan-Bin Chen, Zhi-Peng Huang, Yi-Wei Mao, Yan-Feng Chen, Jian Zi, and Yong-Yuan Zhu. Negative refraction of acoustic waves in two-dimensional sonic crystals. *Physical Review B*, 72(3):1–4, July 2005. 11, 27

- [46] Liang Feng, Xiao-Ping Liu, Ming-Hui Lu, Yan-Bin Chen, Yan-Feng Chen, Yi-Wei Mao, Jian Zi, Yong-Yuan Zhu, Shi-Ning Zhu, and Nai-Ben Ming. Acoustic Backward-Wave Negative Refractions in the Second Band of a Sonic Crystal. *Physical Review Letters*, 96(1):014301, January 2006. [6](#)
- [47] H Geoffrey Fisher and Sanford J Freedman. The role of the pinna in auditory localization. *Journal of Auditory research*, 1968. [75](#), [76](#)
- [48] Harvey Fletcher. Auditory patterns. *Reviews of modern physics*, 12(1):47, 1940. [160](#)
- [49] Harvey Fletcher and Wilden A Munson. Relation between loudness and masking. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 9(1):1–10, 1937. [159](#)
- [50] Mark B Gardner. Proximity image effect in sound localization. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 43:163, 1968. [82](#)
- [51] Mark B Gardner and Robert S Gardner. Problem of localization in the median plane: effect of pinnae cavity occlusion. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 53:400, 1973. [76](#)
- [52] Michael A Gerzon. Ambisonics in multichannel broadcasting and video. *Journal of the Audio Engineering Society*, 33(11):859–871, 1985. [4](#)
- [53] Brian R Glasberg and Brian CJ Moore. Derivation of auditory filter shapes from notched-noise data. *Hearing research*, 47(1):103–138, 1990. [161](#)
- [54] Santiago G. Sinnewald D. Gómez P., Donofrio E. Transductor iónico para generación de ondas acústicas. *97 Reunión Nacional de la Asociación Física Argentina en Córdoba*, 2012. [111](#)
- [55] Boris Gourévitch and Romain Brette. The impact of early reflections on binaural cues. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(1):9–27, July 2012. [82](#)
- [56] D Wesley Grantham. Interaural intensity discrimination: Insensitivity at 1000 hz. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 75:1191, 1984. [74](#)
- [57] Bikash Gupta and Zhen Ye. Theoretical analysis of the focusing of acoustic waves by two-dimensional sonic crystals. *Physical Review E*, 67(3):036603, March 2003. [6](#)

- [58] Juan Pampín Gustavo Basso, Oscar Pablo Di Liscia. *Música y espacio: ciencia, tecnología y estética*. Universidad Nacional de Quilmes Editorial, 2009. [3](#)
- [59] Wilbur W Hanson. The baffle effect of the human body on the response of a hearing aid. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 16(1):60–62, 1944. [76](#)
- [60] Jack Hebrank and D1 Wright. Spectral cues used in the localization of sound sources on the median plane. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 56:1829, 1974. [76](#)
- [61] Conyers Herring. A new method for calculating wave functions in crystals. *Phys. Rev.*, 57:1169–1177, Jun 1940. [11](#)
- [62] L’uboš Hládek, Christophe C Le Dantec, Norbert Kopčo, and Aaron Seitz. Ventriloquism effect and aftereffect in the distance dimension. In *Proceedings of Meetings on Acoustics*, volume 19, page 050042, 2013. [82](#)
- [63] KM Ho, CT Chan, and CM Soukoulis. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. *Physical Review Letters*, 65(25):3152, 1990. [25](#)
- [64] Paul M Hofman, Jos GA Van Riswick, and A John Van Opstal. Relearning sound localization with new ears. *Nature neuroscience*, 1(5):417–421, 1998. [76](#), [77](#)
- [65] Uno Ingård. A review of the influence of meteorological conditions on sound propagation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25:405, 1953. [81](#)
- [66] LBW Jongkees and JJ Groen. On directional hearing. *The Journal of Laryngology & Otology*, 61(09):494–504, 1946. [76](#)
- [67] Charles Kittel and Paul McEuen. *Introduction to solid state physics*, volume 7. Wiley New York, 1996. [16](#)
- [68] Mendel Kleiner, Bengt-Inge Dalenbäck, and Peter Svensson. Auralization-an overview. *Journal of the Audio Engineering Society*, 41(11):861–875, 1993. [4](#)
- [69] Norbert Kopčo, I-Fan Lin, Barbara G Shinn-Cunningham, and Jennifer M Groh. Reference frame of the ventriloquism aftereffect. *The Journal of Neuroscience*, 29(44):13809–13814, 2009. [82](#)

- [70] Manvir S Kushwaha. Stop bands for cubic arrays of spherical balloons. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(1):619, January 1997. 25
- [71] Manvir S Kushwaha. Stop-bands for periodic metallic rods: Sculptures that can filter the noise. *Applied physics letters*, 70(June):3218, 1997. 25
- [72] Manvir S Kushwaha, P Halevi, G Martinez, Leonard Dobrzyński, and Bahram Djafari-Rouhani. Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review B*, 49(4):2313–2322, 1994. 14
- [73] MS Kushwaha and P Halevi. Giant acoustic stop bands in two-dimensional periodic arrays of liquid cylinders. *Applied Physics Letters*, 69(1):31–33, 1996. 25
- [74] Heinrich Kuttruff. *Room acoustics*. Taylor & Francis, 2000. 1, 89
- [75] Erik Larsen, Nandini Iyer, Charissa R Lansing, and Albert S Feng. On the minimum audible difference in direct-to-reverberant energy ratio. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(1):450–61, July 2008. 80, 81, 83, 133
- [76] a D Little, Donald H. Mershon, and P H Cox. Spectral content as a cue to perceived auditory distance. *Perception*, 21(3):405–16, January 1992. 82
- [77] Tapio Lokki and Jukka Pätynen. Lateral reflections are favorable in concert halls due to binaural loudness. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130(5):EL345–51, November 2011. 133
- [78] BF Lounsbury and RA Butler. Estimation of distances of recorded sounds presented through headphones. *Scandinavian Audiology*, 8(3):145–149, 1979. 80
- [79] Ming-Hui Lu, Chao Zhang, Liang Feng, Jun Zhao, Yan-Feng Chen, Yi-Wei Mao, Jian Zi, Yong-Yuan Zhu, Shi-Ning Zhu, and Nai-Ben Ming. Negative birefracton of acoustic waves in a sonic crystal. *Nature materials*, 6(10):744–8, October 2007. 6
- [80] Ming-Hui Lu, Chao Zhang, Liang Feng, Jun Zhao, Yan-Feng Chen, Yi-Wei Mao, Jian Zi, Yong-Yuan Zhu, Shi-Ning Zhu, and Nai-Ben Ming. Negative birefracton of acoustic waves in a sonic crystal. *Nature materials*, 6(10):744–8, October 2007. 11, 27
- [81] E. Mach. *Archiv fur ohrenheilkunde*. 7(2):14–26, 1874. 76

- [82] Ewan A Macpherson and John C Middlebrooks. Listener weighting of cues for lateral angle: the duplex theory of sound localization revisited. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111:2219, 2002. 74
- [83] J C Makous and J C Middlebrooks. Two-dimensional sound localization by human listeners. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 87(5):2188–200, May 1990. 77
- [84] Rosa Martinez-Sala, Constanza Rubio, L. M. García-Raffi, Juan V. Sanchez-Perez, E. a. Sánchez-Pérez, and Jaime Llinares. Control of noise by trees arranged like sonic crystals. *Journal of Sound and Vibration*, 291(1-2):100–106, March 2006. 25
- [85] Rosa Martinez-Sala, J. Sancho, JV Sanchez, Vicente Gomez, Jaime Llinares, and Francisco Meseguer. Sound attenuation by sculpture. *Nature*, 378:241, 1995. 11, 25
- [86] Donald H Mershon, Douglas H Desaulniers, Thomas L Amerson, and Stephan A Kiefer. Visual capture in auditory distance perception: Proximity image effect reconsidered. *Journal of Auditory Research*, 1980. 82
- [87] Donald H Mershon and L Edward King. Intensity and reverberation as factors in the auditory perception of egocentric distance. *Perception & Psychophysics*, 18(6):409–415, 1975. 80
- [88] J C Middlebrooks and D M Green. Sound localization by human listeners. *Annual review of psychology*, 42:135–59, January 1991. 67, 75
- [89] George A Miller. Sensitivity to changes in the intensity of white noise and its relation to masking and loudness. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 19:609, 1947. 79
- [90] A William Mills. Lateralization of high-frequency tones. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 32:132, 1960. 74
- [91] Allen William Mills. On the minimum audible angle. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 30:237, 1958. 68, 72, 73
- [92] Toyokatsu Miyashita. Sonic crystals and sonic wave-guides. *Measurement Science and Technology*, 16:R47, 2005. 15

- 
- [93] Henning Møller and Carsten Thomsen. Electroacoustic free-field measurements in ordinary rooms—using gating techniques. In *Audio Engineering Society Convention 52*. Audio Engineering Society, 1975. [113](#)
- [94] Henrik Møller, Michael Friis Sørensen, Dorte Hammershøi, and Clemen Boje Jensen. Head-related transfer functions of human subjects. *Journal of the Audio Engineering Society*, 43(5):300–321, 1995. [77](#)
- [95] Brian CJ Moore and Brian R Glasberg. Suggested formulae for calculating auditory-filter bandwidths and excitation patterns. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 74:750, 1983. [160](#), [162](#)
- [96] Brian CJ Moore and Brian R Glasberg. Modeling binaural loudness. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121:1604, 2007. [4](#), [159](#), [163](#), [164](#)
- [97] Brian CJ Moore, Brian R Glasberg, and Thomas Baer. A model for the prediction of thresholds, loudness, and partial loudness. *Journal of the Audio Engineering Society*, 45(4):224–240, 1997. [159](#), [164](#)
- [98] Brian CJ Moore and Brian C Moore. *An introduction to the psychology of hearing*, volume 4. Academic press San Diego, 2003. [67](#), [71](#), [75](#), [129](#), [159](#), [160](#), [161](#), [162](#), [163](#)
- [99] Søren H Nielsen. Auditory distance perception in different rooms. In *Audio Engineering Society Convention 92*. Audio Engineering Society, 1992. [80](#)
- [100] Roy D Patterson. Auditory filter shapes derived with noise stimuli. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 59:640, 1976. [160](#)
- [101] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical review letters*, 85(18):3966–9, October 2000. [6](#), [32](#)
- [102] David R Perrott and Kourosh Saberi. Minimum audible angle thresholds for sources varying in both elevation and azimuth. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 87:1728, 1990. [77](#)
- [103] VMA Peutz. The variable acoustics of the espace de projection of ircam (paris). In *Audio Engineering Society Convention 59*. Audio Engineering Society, 1978. [3](#)

- [104] H elene Pichard, Olivier Richoux, and Jean-Philippe Groby. Experimental demonstrations in audible frequency range of band gap tunability and negative refraction in two-dimensional sonic crystal. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(4):2816–2822, October 2012. [156](#)
- [105] Herbert L Pick, David H Warren, and John C Hay. Sensory conflict in judgments of spatial direction. *Perception & Psychophysics*, 6(4):203–205, 1969. [82](#)
- [106] HC Pocklington. Growth of a wave-group when the group velocity is negative. *Nature*, 71(1852):607–608, 1905. [5](#)
- [107] Ville Pulkki. Spatial sound generation and perception by amplitude panning techniques. Technical report, 2001. [4](#)
- [108] L. Rayleigh. On our perception of sound direction. *Philosophical Magazine Series 6*, 13(74):214–232, 1907. [68](#), [72](#)
- [109] Lord Rayleigh. On waves. *Phil. Mag*, 1(5):257–279, 1876. [76](#)
- [110] Suzanne K Roffler and Robert A Butler. Factors that influence the localization of sound in the vertical plane. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 43:1255, 1968. [76](#)
- [111] Thomas D Rossing. *Springer handbook of acoustics*. Springer, 2007. [1](#), [2](#), [3](#), [88](#), [97](#), [115](#)
- [112] PSTJ Russell and TA Birks. Bloch wave optics in photonic crystals: physics and applications. In *Photonic band gap materials*, pages 71–91. Springer, 1996. [15](#)
- [113] José Sánchez-Dehesa, Victor M Garcia-Chocano, Daniel Torrent, Francisco Cervera, Suito-berito Cabrera, and Francisco Simon. Noise control by sonic crystal barriers made of recycled materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(3):1173, March 2011. [6](#), [25](#), [60](#)
- [114] Juan V. Sanchez-Perez, D. Caballero, Rosa Martinez-Sala, Constanza Rubio, José Sánchez-Dehesa, Francisco Meseguer, Jaime Llinares, and F. G alvez. Sound Attenuation by a Two-Dimensional Array of Rigid Cylinders. *Physical Review Letters*, 80(24):5325–5328, June 1998. [6](#)
- [115] Lorenzo Sanchis, Francisco Cervera, José Sánchez-Dehesa, Juan V. Sanchez-Perez, Constanza Rubio, and Rosa Martinez-Sala. Reflectance properties of two-dimensional sonic

- band-gap crystals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(6):2598, 2001. **6**
- [116] Lorenzo Sanchis, Andreas Håkansson, Francisco Cervera, and José Sánchez-Dehesa. Acoustic interferometers based on two-dimensional arrays of rigid cylinders in air. *Physical Review B*, 67(3):035422, January 2003. **101**
- [117] Bertram Scharf. Dichotic summation of loudness. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 45:1193, 1969. **163**
- [118] MR Schroeder. New method of measuring reverberation time. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1965. **91, 118**
- [119] Christopher W Sheeline. *An investigation of the effects of direct and reverberant signal interaction on auditory distance perception*. PhD thesis, Stanford University, 1983. **83**
- [120] Kumon M. Kohzawa R. Mizumoto I. Shimoda T., Nakashima T. and Iwai Z. Sound localization of elevation using pinnae for auditory robots. *En Robust Speech Recognition and Understanding, I-Tech Education and Publishing*, pages 421–438, 2007. **77**
- [121] MM Sigalas. Elastic wave band gaps and defect states in two-dimensional composites. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(December 1995):1256, 1997. **15**
- [122] MM Sigalas and EN Economou. Attenuation of multiple-scattered sound. *EPL (Europhysics Letters)*, 36(4):241, 1996. **15, 25**
- [123] W E Simpson and L D Stanton. Head movement does not facilitate perception of the distance of a source of sound. *The American journal of psychology*, 86(1):151–9, March 1973. **79**
- [124] William H Slattery and John C Middlebrooks. Monaural sound localization: acute versus chronic unilateral impairment. *Hearing research*, 75(1):38–46, 1994. **74**
- [125] Arnold Sommerfeld. *Partial differential equations in physics*, volume 1. Elsevier, 1949. **36**
- [126] Costas M Soukoulis. Photonic band gap materials: the. *Physica Scripta*, 1996(T66):146, 1996. **15**

- [127] Ignacio Spiouzas and Manuel C Eguia. Directional impulse response of a large cavity inside a sonic crystal. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(4):2842–51, October 2012. [25](#), [109](#), [118](#), [156](#)
- [128] Ignacio Spiouzas, PE Etchemendy, Esteban R Calcagno, and Manuel C Eguia. Shifts in the judgment of distance to a sound source in the presence of a sonic crystal. *Proceeding of Meetings on Acoustics*, 19:050162–050162, 2013. [25](#)
- [129] A. Steinhauser. Phenomeno of binaural audition. *Phil. Mag.*, 7(5):181–261, 1879. [76](#)
- [130] Thomas Z Strybel and David R Perrott. Discrimination of relative distance in the auditory modality: The success and failure of the loudness discrimination hypothesis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 76(1):318, 1984. [79](#)
- [131] Alexey Sukhovich, Li Jing, and John H. Page. Negative refraction and focusing of ultrasound in two-dimensional phononic crystals. *Physical Review B*, 77(1):1–9, January 2008. [11](#)
- [132] Yôiti Suzuki, Shouichi Takane, Hae-Young Kim, and Toshio Sone. A modeling of distance perception based on an auditory parallax model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103:3083, 1998. [81](#)
- [133] Silvanus P Thompson. Li. on the function of the two ears in the perception of space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 13(83):406–416, 1882. [79](#)
- [134] Jerry Tobias. *Foundations of modern auditory theory*. Elsevier, 1970. [75](#)
- [135] Daniel Torrent. Towards the Full Control of Sound with Sonic Crystals and Acoustic Metamaterials, 2008. [60](#), [61](#), [62](#), [63](#)
- [136] Kosmas L Tsakmakidis, Allan D Boardman, and Ortwin Hess. 'Trapped rainbow' storage of light in metamaterials. *Nature*, 450(7168):397–401, November 2007. [6](#)
- [137] Victor Twersky. Multiple Scattering of Radiation by an Arbitrary Planar Configuration of Parallel Cylinders and by Two Parallel Cylinders. *Journal of Applied Physics*, 23(4):407, 1952. [39](#)

- 
- [138] Victor Twersky. On scattering of waves by the infinite grating of circular cylinders. *Antennas and Propagation, IRE Transactions on*, 10(6):737–765, 1962. [62](#)
- [139] Vesa Valimäki, Julian D Parker, Lauri Savioja, Julius O Smith, and Jonathan S Abel. Fifty years of artificial reverberation. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 20(5):1421–1448, 2012. [3](#)
- [140] Bart van der Aa and Jens Forssén. Upward refraction of sound propagating outdoors by a graded index sonic crystal noise barrier. *Applied Acoustics*, 74(1):89–101, January 2013. [25](#)
- [141] VG Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Sov. Phys. Usp*, 10(4), 1968. [5](#), [27](#)
- [142] G. von Békésy. The Moon Illusion and Similar Auditory Phenomena. *The American Journal of Psychology*, 62(4):540–552, 1949. [78](#), [82](#)
- [143] Georg Von Békésy and Ernest Glen Wever. *Experiments in hearing*, volume 8. McGraw-Hill New York, 1960. [160](#)
- [144] PC Waterman. New formulation of acoustic scattering. *The journal of the acoustical society of America*, 45:1417, 1969. [42](#)
- [145] RG Wettschureck. The absolute difference limen of directional perception in the median plane under conditions of both, natural hearing and hearing with artificial-head-system. *Acta Acustica united with Acustica*, 28(4):197–208, 1973. [77](#)
- [146] James P Wolfe. *Imaging Phonons: Acoustic Wave Propagation in Solids*. Cambridge University Press, 1998. [27](#)
- [147] Robert S Woodworth and Harold Schlosberg. *Experimental psychology*. Oxford and IBH Publishing, 1954. [69](#), [71](#), [174](#)
- [148] Derek Warren Wright. *Time-Varying Phononic Crystals*. PhD thesis, University of Toronto, 2010. [31](#)
- [149] Liang-Yu Wu, L Chen, and R Wang. Dispersion characteristics of negative refraction sonic crystals. *Physica B: Condensed Matter*, 403(19-20):3599–3603, October 2008. [27](#)

- [150] E Yablonovitch. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics. *Physical review letters*, 58:2059, 1987. [6](#)
- [151] Eli Yablonovitch and TJ Gmitter. Photonic band structure: The face-centered-cubic case. *Physical Review Letters*, 63(18):1950, 1989. [25](#)
- [152] Ben G Yacobi. *Semiconductor materials: an introduction to basic principles*. Springer, 2003. [15](#), [25](#)
- [153] Suxia Yang, JH Page, Zhengyou Liu, ML Cowan, Che Ting Chan, and Ping Sheng. Ultrasound tunneling through 3d phononic crystals. *Physical review letters*, 88(10):104301, 2002. [102](#)
- [154] William A Yost. Discriminations of interaural phase differences. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 55:1299, 1974. [73](#)
- [155] William A Yost and Raymond H Dye Jr. Discrimination of interaural differences of level as a function of frequency. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83:1846, 1988. [74](#)
- [156] Pavel Zahorik. Assessing auditory distance perception using virtual acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4):1832, 2002. [78](#), [82](#), [83](#)
- [157] Pavel Zahorik. Direct-to-reverberant energy ratio sensitivity. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112(5):2110, 2002. [79](#), [80](#)
- [158] Pavel Zahorik, Douglas S. Brungart, and Adelbert W. Bronkhorst. Auditory Distance Perception in Humans : A Summary of Past and Present Research. *Acta Acustica united with Acustica*, 91(3):409–420, 2005. [4](#), [78](#), [80](#), [82](#), [83](#), [129](#), [131](#), [143](#)
- [159] Shu Zhang, Leilei Yin, and Nicholas Fang. Focusing Ultrasound with an Acoustic Metamaterial Network. *Physical Review Letters*, 102(19):1–4, May 2009. [32](#)
- [160] Xiangdong Zhang and Zhengyou Liu. Negative refraction of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals. *Applied Physics Letters*, 85(2):341, 2004. [27](#)
- [161] J Zhu and GV Eleftheriades. A compact transmission-line metamaterial antenna with extended bandwidth. *Antennas and Wireless Propagation . . .*, 8(125 mil):295–298, 2009. [5](#)

- 
- [162] Eberhard Zwicker and Bertram Scharf. A model of loudness summation. *Psychological review*, 72(1):3, 1965. [159](#)
- [163] J Zwislocki and RS Feldman. Just noticeable differences in dichotic phase. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28:860, 1956. [73](#)